সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	দুটি নল থাকলে বা দুজন কাজ করলে	পদ্ধতি-০৫	এই অধ্যায়ের বিভিন্ন নিয়মের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	দু'য়ের অধিক নল থাকলে বা দু' জনের বেশী কাজ করলে		ক. চৌবাচ্চার ধারণক্ষমতা খ. দক্ষতা কম বা বেশি হলে
পদ্ধতি-০৩	পূর্ণ অংশ না থেকে ভগ্নাংশ দেয়া থাকলে		গ. ১দিন পর পর কাজ করা
পদ্ধতি-০৪	একটি নল বন্ধ হয়ে গেলে বা কাজ থেকে একজন চলে গেলে		ঘ. জোড়ায় জোড়ায় কাজ করা ঙ.পারিশ্রমিক বন্টন করা।
Practice Part		**Model Test**	
সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা এর উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

দুটো অধ্যায় একসাথে কেন?

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা, এ দুটো অধ্যায়েরই অংকগুলো প্রায় একই রকম। ভিন্ন অধ্যায়ে একই আলোচনা দুইবার না করে একসাথে আলোচনা করা হলো, যাতে একজাতীয় প্রশ্নগুলো বুঝতে সুবিধা হয়। এজন্য এক জাতীয় প্রশ্নগুলো একসাথে সাজিয়ে সহজ ব্যাখ্যা সহ সমাধান দেয়া হয়েছে।

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত অংক গুলো বিভিন্ন চাকুরীর পরীক্ষায় এমসিকিউ প্রশ্নের পাশাপাশি লিখিত আকারেও আসে। তাই এই অধ্যায়ে প্রথমে বিস্তারিত নিয়মে বুঝিয়ে দেয়ার পর দ্রুত করতে পারার জন্য শর্টকার্ট টেকনিক দেয়া আছে। বিস্তারিত পড়ে বোঝার পড় শর্টকার্ট নিয়মটি রপ্ত করুন এবং এমসিকিউ পরীক্ষায় শর্টকার্ট অনুযায়ী করার চেষ্টা করুন।

চৌবাচ্চা বা ট্যাংক এর অংকগুলোর সাথে কাজের অংকের কিরুপ মিল আছে তা নিচের আলোচনা থেকে বোঝার চেষ্টা করুন।

(ক) লিলি একা একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে, হামিদা একা ঐ কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। লিলি ও হামিদা একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

(খ) একটি চৌবাচ্চায় ২টি নল আছে। প্রথম নলটি ৬ ঘন্টায় ও দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় ঐ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। দুটি নল একসাথে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হবে?

ক ও খ সবই এক শুধু কাজের পরিবর্তে চৌবাচ্চা আর লিলি, হামিদা, রহিম নাম বা ক , খ ,গ এর পরিবর্তে ১ম, ২য় এবং ৩য় নল।

এ ধরনের অংক করতে গেলে আগে ১ ঘন্টা বা ১ দিনে কত টুকু কাজ হয় তা বের করে বাকী অংক করতে হয় ।

Direction:

এই অধ্যায়টির সবগুলো অংক লিখিত আকারে করতে গেলে অযথাই অতিরিক্ত জায়গার প্রয়োজন হবে। এজন্য আমরা প্রতিটা নিয়মের প্রথমের কিছু অংক বিস্তারিত, তারপর কিছু অংক অল্প লিখে এবং কিছু অংকে শুধু হিন্টস এবং একই নিয়মের কিছু অংক সমাধান ছাড়া শুধু উত্তর দিয়েছি। আশা করি প্রথমের দিকের অংকগুলো ভালোভাবে করলে পরেরগুলো বুঝবেন।

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

প্রথমে বিস্তারিত নিয়মগুলি ভালোভাবে দেখুন তারপর শর্টকাট নিয়মগুলিও আয়ত্ব করুন। তাহলে সহজে ভুলে যাবেন না, লিখিত পরীক্ষায় ভালো করতে পারবেন এবং যে কোন কঠিন প্রশ্ন আসলে বুঝে বুঝে সমাধান করতে পারবেন। তবে প্রিলির এমসিকিউ পরীক্ষায় এই সূত্রটি প্রয়োগ করলে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে। এখানে একই প্রশ্নে ৪-৫ নিয়মে সমাধান না দিয়ে বিভিন্ন প্রশ্নে নিয়মগুলো শিখিয়ে দেয়া হয়েছে। ধাপে ধাপে সব অংক করলে সবগুলো নিয়মই সহজে বুঝতে পারবেন।

পদ্ধতি -০১ ঃ দুজন কাজ করলে বা দুটি নল থাকলে

(ক) দু জন ব্যক্তি অথবা দুটি নলের একসাথে কাজ:

দুজন আলাদা আলাদা করে কাজ করতে লাগা সময় দেয়া থাকলে তারা একসাথে একটি কাজ করলে তাদের কাজটি করতে কত সময় লাগবে তা বের করার জন্য এই শর্টকাট ব্যবহার করা যায়।	**শর্টকাট:** $\text{Single} + \text{Single} = \text{Together} = \frac{A \times B}{A + B}$ **days.**

১. রহিম একটি কাজ ৫ দিনে এবং করিম তা ১০ দিনে করতে পারে। ২ জনে একত্রে ১ দিনে কাজের কত অংশ করতে পারবে?
[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

ক. $\frac{৩}{১০}$ খ. $\frac{১}{১৫}$ গ. $\frac{২}{২৫}$ ঘ. $\frac{১}{১০}$ **উত্তর:** ক

সমাধান:

রহিম ৫ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " = $\frac{১}{৫}$ " "

আবার, করিম ১০ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " = $\frac{১}{১০}$ " "

সুতরাং তারা ২ জনে একত্রে ১ দিনে করতে পারবে কাজটির $= (\frac{১}{৫} + \frac{১}{১০})$ অংশ $= \frac{২+১}{১০} = \frac{৩}{১০}$ অংশ।

২. ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। তাঁরা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?
[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯] + [বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

ক. ৬ দিন খ. ৮ দিন গ. ১০ দিন ঘ. ১২ দিন **উত্তর:** ক

সমাধান:

ক ১০ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " = $\frac{১}{১০}$ " "

আবার, খ ১৫ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " = $\frac{১}{১৫}$ " "

এখন, ক এবং খ একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $= (\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫})$ অংশ $= \frac{৩+২}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ অংশ।

এখন, তারা একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ " " ১ " " " $= (১ \div \frac{১}{৬})$ " $= ১ \times ৬ =$ **৬ দিনে** সুতরাং তার একত্রে কাজটি শেষ করবে **৬ দিনে।**

বিকল্প সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান)

দুজনের আলাদা সময় থেকে একত্রে সময় বের করতে হলে, সূত্র: $\frac{A \times B}{A + B}$ এখানে A, B দিয়ে দু' জনের লাগা দিন।

অথবা : $\frac{\text{১ম জনের লাগা দিন} \times \text{২য় জনের লাগা দিন}}{\text{১ম জনের লাগা দিন} + \text{২য় জনের লাগা দিন}}$ । সূত্র অনুযায়ী সমাধান : $\frac{১০ \times ১৫}{১০ + ১৫} = \frac{১০ \times ১৫}{২৫} = ৬$ দিন

মুখে মুখে করার ম্যাজিকাল পদ্ধতি : (ল.সা.গু টেকনিক)

এই দুটি অধ্যায়ের অংক গুলো মুখে মুখে করার অসাধারণ একটি টেকনিক হচ্ছে ল.সা.গু পদ্ধতি। Youtube এবং শত শত ওয়েবসাইটের প্রায় সব ম্যাথ এই নিয়মে সমাধান করে দেয়া । (আমাদের ইউটিউব চ্যানেলেও এই নিয়মের ভিডিও পাবেন।)

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক) এখানে, মোট কাজ ১০ ও ১৫ এর ল.সা.গু = ৩০ একক (প্রদত্ত দিনগুলোর ল.সা.গু)

এখানে, ক একদিনে করে = $\frac{৩০}{১০}$ = ৩ একক, খ একদিনে করে = $\frac{৩০}{১৫}$ = ২ একক।

সুতরাং ক ও খ একত্রে ১দিনে করতে পারে = (৩+২) = ৫ একক। ∴ সম্পূর্ণ ৩০একক করতে সময় লাগবে = $\frac{৩০}{৫}$ = ৬ **দিন**

৩. **দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ১০ ও ১৫ ঘন্টায় পানি পূর্ণ করে। নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে?** (*রেজিস্ট্রার্ড প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক পদে নিয়োগ পরীক্ষা-১১*) + *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৫ ঘন্টায় খ. ৬ ঘন্টায় গ. ৭ ঘন্টায় ঘ. ৮ ঘন্টায় **উত্তর:** খ

সমাধান:

১ম নলটি ১০ ঘন্টায় পূর্ণ করে = ১ অংশ।

∴ " ১ " " " = $\frac{১}{১০}$ "

আবার, ২য় নলটি ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ করে = ১ অংশ।

∴ " ১ " " = $\frac{১}{১৫}$ "

এখন, নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হবে = $(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫})$ অংশ = $\frac{৩ + ২}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ **অংশ।**

এখন, নল দুটি একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ করে = ১ ঘন্টায়

∴ " " " ১ " " " = $(১ \div \frac{১}{৬})$ " = $(১ \times \frac{৬}{১})$ = ৬ **ঘন্টায়**

সুতরাং নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করবে ৬ ঘন্টায়।

Shortcut

$\frac{১০ \times ১৫}{১০ + ১৫} = \frac{১০ \times ১৫}{২৫}$ =৬ ঘন্টা

Ratio Table:

একজনকে শেষ করতে ১০দিন অন্যজনকে ১৫ দিন লাগলে দুজনকে একত্রে লাগবে = ৬দিন। অর্থাৎ ১০ : ১৫ = ৬
" " " ২০ " " ৩০ " " " " " = ১২দিন। অর্থাৎ ২০ : ৩০ = ১২
" " " ৩০ " " ৪৫ " " " " " = ১৮দিন। অর্থাৎ ৩০ : ৪৫ = ১৮
এভাবে বাড়তে থাকলে উত্তরও আনুপাতিক হারে বাড়তে থাকবে।

আরেকটি মিল আছে এভাবে :

একজনকে শেষ করতে ৩ দিন অন্যজনকে ৬ দিন লাগলে দুজনকে একত্রে লাগবে = ২দিন। অর্থাৎ ৩ : ৬ = ২
" " " ৬ " " ১২ " " " " " = ৪ দিন। অর্থাৎ ৬ : ১২ = ৪
" " " ১২ " " ২৪ " " " " " = ৮দিন। অর্থাৎ ১২ : ২৪ = ৮

মনে রাখবেন: পুরো অধ্যায়ে এই সংখ্যাগুলো বেশি বেশি পাবেন, দ্রুত উত্তর বের করতে মনে রাখুন।

৪. **কবীর একটি কাজ ২০ দিনে এবং রহিম ঐ কাজটি ৩০ দিনে করতে পারে। তারা দুই জন মিলে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।** *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ২০ দিন খ. ১৫ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১০ দিন **উত্তর:** গ

সমাধান: কবীর ও রহিম একত্রে ১ দিনে করে কাজটির = $(\frac{১}{২০}+\frac{১}{৩০})$ অংশ $=\frac{৩+২}{৬০}=\frac{৫}{৬০}=\frac{১}{১২}$ অংশ

উভয়ে একত্রে $\frac{১}{১২}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ ১ " " " $=(১\times\frac{১২}{১})$ = ১২ দিনে। সুতরাং তারা দুজনে মিলে একত্রে কাজটি শেষ করবে **১২ দিনে।**

৫. **একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল আছে। একটি নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ২০ মিনিটে এবং অপরটি দ্বারা ৩০ মিনিটে পানি দ্বারা পূর্ণ হয়। নল দুইটি একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে?** *(পরিবেশ ও বন মন্ত্রণা: অফিসার-০৬)*

ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ **উত্তর:** ক

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)	
২০ এবং ৩০ এর ল.সা.গু. = ৬০, ১ম পাইপ $\frac{৬০}{২০}$ = ৩ এবং ২য় পাইপ $=\frac{৬০}{৩০}$ = ২ ∴ একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগে = $\frac{৬০}{৩+২}=\frac{৬০}{৫}$ = ১২ মিনিট	**[সূত্র দিয়ে** = $\frac{২০\times৩০}{২০+৩০}$ = ১২]

৬. **একটি পাইপ দ্বারা একটি ট্যাংক ৩ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় পাইপটি দ্বারা ট্যাংকটি পূর্ণ হতে ৬ ঘন্টা সময় লাগে। দুইটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দেয়া হলে ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত মিনিট লাগবে?** *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৬০ খ. ৯০ গ. ১২০ ঘ. ১৪০ **উত্তর:** গ

সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)	**সূত্র দিয়ে শর্টকাট**
৩ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৬: ১ম পাইপ = $\frac{৬}{৩}$ = ২ এবং ২য় পাইপ = $\frac{৬}{৬}$ = ১ ∴ একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগে = $\frac{৬}{২+১}=\frac{৬}{৩}$ = ২ ঘন্টা বা ১২০ মিনিট।	$\frac{৩\times৬}{৩+৬}=\frac{১৮}{৯}$ = ২ ঘন্টা বা ১২০ মিনিট

৭. **ক একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে, খ ঐ কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?**

ক. ২ দিন খ. ৩ দিন গ.৪ দিন ঘ. ৫ দিন **উত্তর:** গ

সমাধান: (ক+খ) একত্রে ১ দিনে করে $=\frac{১}{৬}+\frac{১}{১২}$ অংশ $=\frac{২+১}{১২}=\frac{৩}{১২}=\frac{১}{৪}$ অংশ সুতরাং সময় লাগবে = ৪ দিন।

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)	**সূত্র দিয়ে শর্টকাট**
৬ এবং ১২ এর ল.সা.গু = ১২, ক = $\frac{১২}{৬}$ = ২, খ = $\frac{১২}{১২}$ = ১ সুতরাং ক ও খ একত্রে করতে পারে = $\frac{১২}{২+১}=\frac{১২}{৩}$ = **৪ দিনে।**	$\frac{৬\times১২}{৬+১২}=\frac{৬\times১২}{১৮}$ = ৪ দিন

নিজে করুন:

৮. **একটি চৌবাচ্চায় দু'টি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৪ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা ১২ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দু'টি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে?** *[Sonali Bank.(off) - 2014]*

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৩ **উত্তর:** ঘ

কাজের সময়ের সাথে কাজের পরিমাণ দেয়া থাকলে:

৯. **মতি ১০ মিনিটে ৫০০ শব্দ এবং বকুল ১০ মিনিটে ৪০০ শব্দ টাইপ করে। দু'জনে এক সাথে কাজ করে ৩৬০০ শব্দ মোট কত মিনিটে টাইপ করবে?** *[গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় আবাসন পরিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৬]*

ক. ৪০ খ. ৬০ গ. ৩০ ঘ. ৪৫ **উত্তর:** ক

সমাধান:

মতি ও বকুল একত্রে ১০ মিনিটে টাইপ করতে পারে = ৫০০ + ৪০০ = ৯০০ শব্দ *[সময় ১০ মিনিট সমান হওয়ায় সরাসরি লেখা যায়]*

একত্রে ৯০০ শব্দ টাইপ করে = ১০ মিনিটে

" ১ " " " = $\frac{১০}{৯০০}$ "

∴ " ৩৬০০ " " " = $\frac{১০ \times ৩৬০০}{৯০০}$ = ৪০ মিনিটে **উত্তর: ৪০ মিনিট**

১০. **রনি এবং জনি একটি অ্যাসাইনমেন্ট তৈরীর কাজ করছে। রনি ৬ ঘন্টায় ৩২ পৃষ্ঠা এবং জনি ৫ ঘন্টায় ৪০ পৃষ্ঠা লিখতে পারে। তারা দুজনে দুটি ভিন্ন কম্পিউটারে একসাথে কাজ করলে ১১০ পৃষ্ঠার একটি অ্যাসাইনমেন্ট কত সময়ে লিখতে পারবে?** *[Uttara Bank (PO)-2017]*

ক. ৭ ঘন্টা খ. ৮ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ১৫ মিনিট ঘ. ৮ ঘন্টা ২৫ মিনিট **উত্তর:** গ

সমাধান:

রনি ৬ ঘন্টায় লিখতে পারে = ৩২ পৃষ্ঠা।

আবার জনি ৫ ঘন্টায় লিখিতে পারে = ৪০ পৃষ্ঠা। ∴১ ঘন্টায় = ৮ পৃষ্ঠা এবং ৬ ঘন্টায় = ৬×৮ = ৪৮ পৃষ্ঠা। (৬ ঘন্টা সমান)

এখন, তারা দুজনে মিলে ৬ ঘন্টায় লিখতে পারে = ৩২+৪৮ = ৮০ পৃষ্ঠা ।

উভয়ে একত্রে ৮০ পৃষ্ঠা লিখতে সময় লাগে = ৬ ঘন্টা।

∴ " " ১ " " " " = $\frac{৬}{৮০}$ ঘন্টা।

> **Turning point:** এখানে সময় ৬ঘন্টাকে সমান করলে তাদের লেখা পৃষ্ঠা সংখ্যাগুলোকে যোগ করা যাবে এবং ৬+৬ = ১২ ঘন্টা না হয়ে, ৬ ঘন্টা হবে। কারণ উভয়ে একসাথে কাজ করবে।

∴ " " ১১০ " " " " = $\frac{৬ \times ১১০}{৮০} = \frac{৩৩}{৪} = ৮\frac{১}{৪}$ ঘন্টা = $৮\frac{১}{৪} \times ৬০$ = **৮ ঘন্টা ১৫ মিনিট**

Note: ৪ দিয়ে ৩৩ কে ভাগ করলে ভাগফল ৮ এর পর ভাগশেষ ১ ঘন্টাকে ৬০ মিনিট বানিয়ে ৪ দিয়ে ভাগ করায় ১৫মিনিট এসেছে।

(খ) দুজনের একসাথে কাজ - একজনের কাজ:

একটি নল দ্বারা পানি ঢুকলে এবং আরেকটি দিয়ে বের হলে অথবা দুজনের কাজ থেকে একজনের কাজ বিয়োগ করলে অন্যজনকে কতদিন লাগবে তা বের হবে।

এ ধরনের অংক খুব দ্রুত করতে চাইলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করুন :

শর্টকাট: Together- Single = Single = $\frac{A \times B}{\text{Big - small}}$

সূত্রের ব্যাখ্যা: উপরে দুজনের একাকী কাজ করার দিন গুণ করতে হবে এবং নিচে বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটি বিয়োগ করুন।

১১. **ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারলে খ একা কাজটি কত দিনে করতে পারবে?** *[৩০ তম বিসিএস] + [PETROBANGLA – (UDA)-2017]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]+[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]*

ক. ২৫ দিনে খ. ৩৫ দিনে গ. ৪০ দিনে ঘ. ৩০ দিনে **উত্তর:** ঘ

বিস্তারিত সমাধান:

ক ও খ একত্রে ১২ দিনে করতে পারে = ১ অংশ কাজ

∴ ক ও খ একত্রে ১ দিনে করতে পারে = $\frac{১}{১২}$ অংশ

আবার, ক ১ দিনে করতে পারে = $\frac{১}{২০}$ অংশ কাজ

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ ১২ ও ২০ এর ল.সা.গু = ৬০ একক

$(ক + খ) = \frac{৬০}{১২} = ৫$ এবং $ক = \frac{৬০}{২০} = ৩$ ∴ খ = ৫-৩ = ২

সুতরাং খ কাজটি করতে পারে = $\frac{৬০}{২} = ৩০$ দিন।

∴ খ ১ দিনে করতে পারে $\frac{১}{১২} - \frac{১}{২০} = \frac{৫-৩}{৬০} = \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ [বুঝে গেলে সরাসরি এখান থেকে শুরু করুন $\frac{১}{১২} - \frac{১}{২০}$]

খ কে $\frac{১}{৩০}$ অংশ করতে লাগে = ১ দিন। [**ট্রিক্স:** দ্রুত করতে চাইলে সরাসরি উল্টিয়ে দিলেই হয়ে যাবে।]

খ কে ১ বা সম্পূর্ণ অংশ করতে লাগে = ১×৩০ দিন । **উত্তর: ৩০ দিন।** (এভাবে বিস্তারিত দেয়া হল বোঝার জন্য, ২ লাইনে করতে চাইলে সরাসরি $\frac{১}{১২}$ থেকে $\frac{১}{২০}$ বিয়োগ করে উল্টিয়ে দিলেই উত্তর ৩০ দিন ই চলে আসবে)।

প্রিলির পরীক্ষায় শর্টকাট সূত্র = $\frac{\text{১ জনের কাজ × অপর জনের কাজ}}{\text{বেশি সময় লাগে যার - কম সময় লাগে যার}}$ অর্থাৎ $\frac{A \times B}{\text{Big - small}}$ [নিচে বামে বড় সংখ্যা]

সুতরাং খ কাজটি করতে পারে = $\frac{১২ \times ২০}{২০-১২} = \frac{২৪০}{৮} = ৩০$ দিন। **উত্তর : ৩০ দিন।**

১২. দুই জন লোক একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। প্রথম জন কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। দ্বিতীয় জন ঐ কাজটি কত দিনে করবে? *-(প্রাক:প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১৩) + [৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ২০ দিনে খ. ২৫ দিনে গ. ২৪ দিনে ঘ. ৩০ দিনে **উত্তর:** গ

সমাধান: দুজনে একত্রে ১ দিনে করে = $\frac{১}{৮}$ অংশ। আবার প্রথম জন ১ দিনে করে = $\frac{১}{১২}$ অংশ

সুতরাং দ্বিতীয়জন ১ দিনে করে = $\frac{১}{৮} - \frac{১}{১২} = \frac{৩-২}{২৪} = \frac{১}{২৪}$ অংশ

$\frac{১}{২৪}$ অংশ করতে ১ দিন লাগলে সম্পূর্ণ অংশ করতে সময় লাগবে = ১×২৪ = **২৪ দিন**। **উত্তর: ২৪ দিন।**

Shortcut

$\frac{৮ \times ১২}{১২-৮} = \frac{৮ \times ১২}{৪} = ২৪$

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ = ৮ ও ১২ এর ল.সা.গু = ২৪ একক, (১ম+২য়) = $\frac{২৪}{৮} = ৩$ এবং ১ম জন = $\frac{২৪}{১২} = ২$

∴ ২য় জন = ৩-২ = ১ সুতরাং সম্পূর্ণ কাজটি ২৪ একক একা করতে ২য় জনকে সময় লাগবে = ২৪ ÷ ১ = ২৪ দিন।

নিজে করুন:

১৩. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ৪ দিনে করতে পারে । ঐ কাজ ক একা ১২ দিনে করতে পারে । কাজটি করতে খ এর কত দিন লাগবে ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ১০দিন খ. ৮দিন গ. ৬দিন ঘ. ২০ দিন **উত্তর:** গ

১৪. আরিফ একটি কাজ ৬০ দিনে করতে পারে। আরিফ এবং বাবর এক সাথে মিলে ঐ কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে। বাবর একা কতদিনে ঐ কাজ শেষ করতে পারবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৩০ খ. ৪৫ গ. ৬০ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** ক

১৫. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। খ একা কাজটি ১৪ দিনে শেষ করতে পারলে ক একা কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে? *(অর্থ মন্ত্রণা:(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১২ এবং প্রাক:প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-২০১২)*

ক. ৩০ দিন খ. ৩৫ দিন গ. ৪০দিন ঘ. ৪৫ দিন **উত্তর: খ**

১৬. মুরাদ ও মাসুম একত্রে একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে। মাসুম একা কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে । কাজটির অর্ধেক একা করতে মুরাদের কতদিন লাগবে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*

ক. ৪ দিন খ. ৫ দিন গ. ৬দিন ঘ. ৮ দিন **উত্তর: খ**

সমাধান: মাসুম ১ দিনে করে কাজটির = $\frac{১}{১৫}$ অংশ

আবার, মুরাদ ও মাসুম একত্রে ১ দিনে করে কাজটির = $\frac{১}{৬}$ অংশ

∴ মুরাদ ১ দিনে করতে পারে = $(\frac{১}{৬} - \frac{১}{১৫})$ অংশ = $\frac{৫-২}{৩০} = \frac{৩}{৩০} = \frac{১}{১০}$ অংশ

∴ মুরাদ $\frac{১}{১০}$ অংশ করে ১ দিনে

∴ " ১ " " $\frac{১০\times১}{১}$ = ১০ দিনে।

সুতরাং কাজটির অর্ধেক একা শেষ করতে মুরাদের সময় লাগবে = ১০÷২ = **৫ দিন**

Shortcut

$$\left(\frac{৬\times১৫}{১৫-৬}\right)\times\frac{১}{২} = \frac{৯০}{৯}\times\frac{১}{২} = ৫\text{দিন}$$

ল.সা.গু টেকনিকে: মোট কাজ ৬ ও ১৫ এর ল.সা.গু ৩০ একক হলে (মুরাদ + মাসুম) : মাসুম = ৫:২। মুরাদ = ৫-২ = ৩। এখন ১৫ একক করতে মুরাদকে লাগবে = ১৫÷৩ = ৫দিন।

নিজে করুন:

১৭. সনি ও পমি একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। সনি একা কাজটি ১৬ দিনে করতে পারে। একা কাজটি করতে পমির সনি অপেক্ষা কতদিন বেশি লাগবে? *[এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১৮ দিন খ. ৩২ দিন গ. ৪৮ দিন ঘ. ৬০ দিন **উত্তর: খ**

[**Hints: পমির লাগে** = $\frac{১২\times১৬}{১৬-১২} = \frac{১২\times১৬}{৪}$ = ৪৮ দিন । সুতরাং দিন বেশি লাগে = ৪৮-১৬ = **৩২ দিন**।]

১৮. ক ও খ একটি কাজ ১২ দিনে সম্পন্ন করে। ক, খ ও গ ঐ কাজটি ৮ দিনে করে। গ ঐ কাজটি একা করতে কত দিন লাগবে?

ক. ১৮ খ. ৩১ গ. ২৪ ঘ. ৫২ **উত্তর: গ**

[**Hints:** এখানে ক ও খ মিলে একজন (A) এবং ক+খ+গ মিলে ২য় জন (B) ধরলে বিয়োগের সূত্রটি দিয় করুন]

চৌবাচ্চার অংকের ক্ষেত্রে :

একটি নল দিয়ে পানি ঢুকলে ও আরেকটি দিয়ে পানি বের হলে ১ম নলটি থেকে ২য় টি বিয়োগ করতে হবে। এক্ষেত্রে অবশ্যই আগে **ভগ্নাংশ** বানিয়ে নিতে হবে অর্থাৎ একক সময়ে পানি প্রবেশ বা বের হওয়ার পরিমাণ নির্ণয় করতে হবে।

১৯. একটি পানির ট্যাঙ্কে দুটি নল আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে ট্যাঙ্কটি ১০ ঘন্টায় পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে পূর্ণ ট্যাঙ্কটি ১৫ ঘন্টায় খালি হয়। দুটি নল একসাথে খুলে দিলে খালি ট্যাঙ্কটি কত সময়ে পূর্ণ হবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণা: (ব্যক্তি: কর্মা:-)-০৬]*

ক. ২০ খ. ১৫ গ. ৩০ ঘ. ১০ **উত্তর: গ**

সমাধান: একটি দিয়ে ঢুকে এবং একটি দিয়ে বের হয়, তাই বিয়োগ করতে হবে।

প্রথম নল দিয়ে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১০}$ অংশ

২য় নল দিয়ে ১ ঘন্টায় খালি হয় = $\frac{১}{১৫}$ অংশ

সুতরাং ১ ঘন্টায় মোটের উপর পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১০} - \frac{১}{১৫} = \frac{৩-২}{৩০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ

$\frac{১}{৩০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায় ∴ ১ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হতে সময় লাগে = ১×৩০ = ৩০ ঘন্টায়। **উত্তর: ৩০ ঘন্টায়।**

Shortcut

$$\frac{১৫\times১০}{১৫-১০} = \frac{১৫\times১০}{৫} = ৩০\text{ঘন্টা।}$$

প্রশ্নের মধ্যকার সংখ্যা এবং প্রশ্ন সমাধানের স্টাইল একই। কিন্তু প্রশ্নের ভাষায় ভিন্নতা থাকায় কনফিউশনে পরতে পারেন:

২০. একটি চৌবাচ্চা একটি নল দ্বারা ১০ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তাতে একটি ছিদ্র থাকায় পূর্ণ হতে ১৫ ঘন্টা লাগে। ছিদ্র দ্বারা চৌবাচ্চা খালি হতে কত সময় লাগবে? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সহঃ শ্রম অফিসার)-২০০৩]*

ক. ২০ ঘন্টা খ. ২৫ ঘন্টা গ. ৩০ ঘন্টা ঘ. ৩৫ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: (এই প্রশ্নে ছিদ্র থাকলে বিয়োগ করার এবং বিয়োগ করার পরের লাগা সময় থাকলে কিভাবে আবার বিয়োগ হয় তা শিখে রাখুন)

ধরুন, ৫-? = ২ । অর্থাৎ কিন্তু যদি বলা হয় ৫ থেকে কত বিয়োগ করলে ২ হয়। তখনো কিন্তু বিয়োগ করতে হয় এভাবে, ৫-২ = ? ।
এই বিষয়টাই এই ধরণের অংকে কাজে লাগাতে হয়। (পূর্ণ-খালি) = একত্রে পূর্ণ আবার (পূর্ণ - একত্রে পূর্ণ) = খালি একই বিষয়।

ধরি, ছিদ্র দিয়ে খালি হতে সময় লাগবে = x ঘন্টা। [বিয়োগ করার বিষয়টা যাতে কনফিউশন তৈরী না হয় তাই x ধরে দেখানো হলো]

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{১০} - \frac{১}{x} = \frac{১}{১৫}$ [সমীকরণ সাজানোর সময় ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়]

$\Rightarrow \frac{১}{১০} - \frac{১}{১৫} = \frac{১}{x}$ [x না ধরে করার সময় সরাসরি এই লাইন থেকেই করা যায়]

$\Rightarrow \frac{৩-২}{৩০} = \frac{১}{x} \Rightarrow \frac{১}{x} = \frac{১}{৩০}$ $\therefore x = ৩০$ সুতরাং ছিদ্র দিয়ে খালি হতে সময় লাগবে = ৩০ ঘন্টা। **উত্তর: ৩০ ঘন্টা।**

Shortcut

$\frac{১৫\times১০}{১৫-১০} = \frac{১৫\times১০}{৫} = ৩০$ঘন্টা।

নিজে করুন:

২১. একটি পিপায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে পিপাটি ২০ মিনিটে পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে ৩০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপাটি খালি হয়। দুটি নল এক সংঙ্গে খুলে দিলে খালি পিপাটি কত সময়ে পূর্ণ হয়? *[২৪তম বিসিএস লিখিত]*

ক. ১৬ খ. ৪০ গ. ৩০ ঘ. ৬০ **উত্তর: ঘ**

পদ্ধতি-০২ ঃ দু'য়ের অধিক নল থাকলে বা দু' জনের বেশী কাজ করলে

দুজনের থেকে অধিক মানুষ কাজ করলে অথবা দুটি নলের থেকে বেশি নল থাকলে উপরের দুটি নিয়মের মতই সমাধান করতে হয়। **তবে এক্ষেত্রে শর্টকার্ট সুত্রের থেকে বুঝে বুঝে কম লিখে সমাধান করলেই সময় কম লাগবে।**

Shortcut: তিনজন কাজ করলে $= \frac{ABC}{AB+BC+CA}$

২২. ১টি কাজ রিমি,সিমি ও মণি যথাক্রমে ২০, ৩০, ৬০ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

ক. ১০ দিন খ. ১৫ দিন গ. ২০ দিন ঘ. ৩০ দিন **উত্তর: ক**

সমাধান: ৩ জন একত্রে ১ দিন করবে = $\frac{১}{২০} + \frac{১}{৩০} + \frac{১}{৬০} = \frac{৩+২+১}{৬০} = \frac{৬}{৬০} = \frac{১}{১০}$ অংশ।

এভাবে বের করে শেষে উল্টিয়ে দেয়ার কাজটি করতে হয়। অর্থাৎ $\frac{১}{১০}$ করতে লাগে ১ দিন $\therefore$ ১ অংশ করতে লাগবে = **১০ দিন** ।

বিকল্প সমাধান: ২০, ৩০ এবং ৬০ এর ল.সা.গু. = ৬০ একক $\therefore$ রিমি : মিমি : মনি = ৩ : ২ : ১

$\therefore$ তারা ৩ জনে একত্রে করতে পারবে = $\frac{৬০}{৩+২+১} = \frac{৬০}{৬} = ১০$ দিন।

নিজে করুন:

২৩. মিনা, রাজু ও মিঠু একটি কাজ যথাক্রমে ১৫দিন, ১০ দিন ও ৬ দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তারা একত্রে কাজ করলে ঐ কাজটি সম্পন্ন হতে মোট কতদিন সময় লাগবে? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ২দিন খ. ৩দিন গ. ৪দিন ঘ. ৬দিন **উত্তর: খ**

[**Hints:** বিস্তারিত আগের নিয়মে, **ল.সা.গু পদ্ধতিতে:** ১৫, ১০ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৩০ ধরে
মিনা : রাজু: মিঠু = ২ : ৩ : ৫ একসাথে করলে (২+৩+৫) = ১০ সুতরাং সময় লাগবে = (৩০÷১০) = ৩ দিন।]

২৪. ক যে কাজ ১২ দিনে করতে পারে, খ সে কাজ ১৫ দিনে এবং গ ২০ দিনে করতে পারলে তারা একত্রে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে? *[BIWTA-2018]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ **উত্তর:** ঘ

২৫. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১২]+[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় উপপ পরিদর্শক-২০ ১৩]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ **উত্তর:** ক

[**Hints:** সম্পূর্ণ অংশ করতে যত সময় লাগে তা বের করে ২ দিয়ে ভাগ দিলেই উত্তর বের হবে]

২৬. দুইটি নল দিয়ে একটি ট্যাংক যথাক্রমে ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তৃতীয় একটি নল দ্বারা সেটি ২০ ঘন্টায় খালি হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে ? *[BADC-(Store Keeper)-2017]* + *[তিতাস গ্যাস সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ১২ ঘন্টায় খ. ১০ ঘন্টায় গ. ৮ ঘন্টায় ঘ. ৭ ঘন্টায় **উত্তর:** খ

সমাধান: প্রথম নল দুটি ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে যথাক্রমে = $\frac{১}{১২}$ অংশ এবং $\frac{১}{১৫}$ অংশ।

আবার ৩য় নল দ্বারা ১ ঘন্টায় খালি হয় = $\frac{১}{২০}$ অংশ।

সুতরাং তিনটি নল একসাথে চালু থাকলে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয়

$= \frac{১}{১২} + \frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০}$ (পূর্ণ করায় যোগ এবং খালি করায় বিয়োগ করা হয়েছে)

$= \frac{৫+৪-৩}{৬০} = \frac{৬}{৬০} = \frac{১}{১০}$ অংশ। (পূর্ণ হয়। যদি ভগ্নাংশটির আগে (-) বিয়োগ চিহ্ন আসতো তাহলে খালি হতো)

এখন, $\frac{১}{১০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায়

∴ সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ১×১০ = ১০ ঘন্টায়।

পরীক্ষার হলে এক লাইনে সমাধান: ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে = $\frac{১}{১২} + \frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০} = \frac{৫+৪-৩}{৬০} = \frac{৬}{৬০} = \frac{১}{১০}$ = **১০ঘন্টা**

ল.সা.গু টেকনিক: ১২, ১৫ এবং ২০ এর ল.সা.গু = ৬০।
১ম নল : ২য় নল : ৩য় নল = ৫ : ৪ : (- ৩) (খালি তাই বিয়োগ)
একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগবে = $\frac{৬০}{৫+৪-৩} = \frac{৬০}{৬}$ = **১০ ঘন্টা**

২৭. একটি চৌবাচ্চায় তিনটি নল আছে। ১ম ও ২য় নল দ্বারা দ্বারা চৌবাচ্চাটি যথাক্রমে ১২ ও ১৮ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ৩য় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি খালি হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়ায় চৌবাচ্চাটি ৩৬ মিনিটে পূর্ণ হলো। ৩য় নল দ্বারা পূর্ণ চৌবাচ্চাটি কত সময়ে খালি হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণি (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান:

উভয় নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১২} + \frac{১}{১৮} = \frac{৩+২}{৩৬} = \frac{৫}{৩৬}$ অংশ

কিন্তু, ৩য় নল দ্বারা খালি হওয়ার ৩টি নল দ্বারা

১ মিনিটে পুর্ণ হয় = $\frac{১}{৩৬}$ অংশ

সুতরাং ১ মিনিটে ৩য় নল দ্বারা খালি হয় = $\frac{৫}{৩৬} - \frac{১}{৩৬} = \frac{৪}{৩৬} = \frac{১}{৯}$ অংশ

এখন, ৩য় নল দ্বারা $\frac{১}{৯}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে

∴৩য় " " ১ বা সম্পূর্ণ " " " = ৯ মিনিটে। **উত্তর: ৯মি.**

x ধরে সমীকরণ দিয়ে খুব সহজে সমাধান:
ধরি, ৩য় নল দিয়ে চৌবাচ্চাটি খালি হয় = x মিনিটে

প্রশ্নমতে, $\frac{৩৬}{১২} + \frac{৩৬}{১৮} - \frac{৩৬}{x} = ১$ অংশ।

[নিচে মোট সময় এবং উপরে যতক্ষণ চালু ছিল]

$\Rightarrow ৩+২-\frac{৩৬}{x} = ১ \Rightarrow \frac{৩৬}{x} = ৪ \therefore x = ৯$ (উত্তর)

সুতরাং ৩য় নল দিয়ে ৯মিনিটে চৌবাচ্চাটি খালি হবে।

[**Note:** ভগ্নাংশের হিসেব কম করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করা সবথেকে সহজ। এরকম সমাধানগুলো দেখুন]

নিজে করুন:

২৮. নল 'ক' দ্বারা একটি ট্যাংক ২৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল 'খ' দ্বারা ট্যাংকটি ১৪ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল 'গ' দ্বারা ট্যাংকটি ৪২ মিনিটে খালি হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দেয়া হলে, ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত মিনিট লাগবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফি:)-২০১৯]*

ক. ২১ খ. ১৮ গ. ১২ ঘ. ৯ **উত্তর:** গ

[**Hints:** বিস্তারিত আগের নিয়মে, **ল.সা.গু পদ্ধতিতে : মোট পানি** = ২৮, ১৪ এবং ৪২ এর ল.সা.গু = ৮৪ লিটার।
১ম নল : ২য় নল : ৩য় নল = ৩ : ৬ : (- ২) অর্থাৎ একসাথে করলে পানি পূর্ণ করবে = ৩+৬-২ = ৭ লিটার।
সুতরাং সম্পূর্ণ ট্যাংক পূর্ণ হতে সময় লাগবে = ৮৪÷৭ = **১২ মিনিট**]

পদ্ধতি- ০৩ঃ পূর্ণ অংশ না থেকে ভগ্নাংশ দেয়া থাকলে

টিপস: যে ভগ্নাংশেরই কাজের সময় বের করতে বলা হোক না কেন, প্রথমে ১ অংশ কাজ করতে কত সময় লাগবে তা বের করার পর বাকী অংশের হিসেব করতে হবে। **মনে রাখবেন, ১ অংশ কাজ করার সময় ×ভগ্নাংশ = ঐ ভগ্নাংশ কাজ করার সময়।**

২৯. একজন শ্রমিক ২৫ দিনে একটি কাজের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ শেষ করতে পারে। এই হারে কাজ করলে সম্পূর্ণ কাজ শেষ করতে তার অতিরিক্ত আর কত দিন লাগবে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড(সহ: অফি)-২০১৮]*

ক. ৮০ দিন খ. ১২০ দিন গ. ৫৫ দিন ঘ. ৪৫ দিন **উত্তর:** গ

বইয়ের ভাষায় সমাধান:

কাজ হয়ে গেছে $\frac{৫}{১৬}$ অংশ। সুতরাং কাজ অবশিষ্ট আছে = $(১ - \frac{৫}{১৬}) = \frac{১১}{১৬}$ অংশ

$\frac{৫}{১৬}$ অংশ কাজ করতে সময় লাগে = ২৫ দিন।

$\therefore ১$ " " " " " $= ২৫\times\frac{১৬}{৫}$ দিন (প্রথমবার ভগ্নাংশ উল্টিয়ে গুণ করতে হয়।)

$\therefore \frac{১১}{১৬}$ " " " " " $= ২৫\times\frac{১৬}{৫}\times\frac{১১}{১৬}$ দিন (২য় বার ভগ্নাংশ কে সরাসরি গুণ করতে হয়।)

= ৫৫ দিন। **উত্তর: ৫৫ দিন।**

বাস্তবে বুঝে করলে মুখে মুখে হবে: ধরুন ১টি ১৬ তলা বিল্ডিংয়ের ৫ তলা বানাতে ২৫ দিন লেগেছে, তাহলে প্রতি তলা বানাতে লাগবে ২৫÷৫ = ৫ দিন। অবশিষ্ট (১৬-৫) = ১১ তলা বানতে সময় লাগবে, ১১×৫ = **৫৫ দিন।**

নিজে করুন:

৩০. একটি চৌবাচ্চার $\frac{৩}{৫}$ ভাগ পূরণ হতে ৭ ঘন্টা লাগে। চৌবাচ্চাটির বাকি অংশ পূরণ হতে আর কত সময় লাগবে? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. ৫ ঘন্টা: ৩০ মি. খ. ৪ ঘন্টা: ৩০ মি. গ. ৫ ঘন্টা: ৪০ মি. ঘ. ৪ ঘন্টা: ৪০ মি. **উত্তর:** ঘ

৩১. ক একটি কাজ ১০ দিনে এবং খ একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৫ দিন কাজ করে বাকি অংশ গ এর জন্য রেখে দিল। গ কে ঐ কাজটির কত অংশ সম্পন্ন করতে হবে? *[বাংলাদেশ হাই-টেক পার্ক কতৃপক্ষ (স্টোর কিপার):২০২১]*

ক. $\frac{১}{২}$ অংশ খ. $\frac{১}{৪}$ অংশ গ. $\frac{১}{৬}$ অংশ ঘ. $\frac{১}{৮}$ অংশ **উত্তর:** গ

সমাধান: ∴ ক ও খ ১ দিনে করে = $\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}=\frac{৩+২}{৩০}=\frac{৫}{৩০}=\frac{১}{৬}$ অংশ

∴ ক ও খ ৫ দিনে করে = $\frac{১}{৬}\times৫=\frac{৫}{৬}$ অংশ।

∴ গ কে করতে হবে = অবশিষ্ট অংশ = $(১-\frac{৫}{৬})$অংশ = $\frac{৬-৫}{৬}=\frac{১}{৬}$ **অংশ**

> **Shortcut (Ratio Table থেকে)** ১০ ও ১৫ দিনে হলে পুরোটা করতে লাগে ৬ দিন। এখন ৫ দিনে করবে ৫/৬ ভাগ। তাহলে অবশিষ্ট থাকবে ১/৬ ভাগ।

৩২. সম্পুর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দ্বারা ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। আবার দ্বিতীয় একটি পাইপ দ্বারা চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে ৩ ঘন্টা সময় লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{২}{৩}$ অংশ পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮] + [১৮তম বিসিএস]*

ক. $\frac{৫}{৪}$ খ. ৭ গ. $\frac{৫}{৬}$ ঘ. ৮ **উত্তর:** ক

সমাধান: ২টি নল একত্রে ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে = $\frac{১}{৫}+\frac{১}{৩}=\frac{৩+৫}{১৫}=\frac{৮}{১৫}$ অংশ।

এখন, $\frac{৮}{১৫}$ অংশ পূর্ণ করতে সময় লাগে = ১ ঘন্টা।

∴ ১ অংশ " " " " $=\frac{১৫}{৮}$ "

∴ $\frac{২}{৩}$ অংশ " " " " $=\frac{১৫}{৮}\times\frac{২}{৩}=\frac{৫}{৪}$ ঘন্টা। (শেষের লাইনে ভগ্নাংশ আসলে সরাসরি গুণ হয়)

> **মুখে মুখে:** মাত্র ১০ সেকেন্ডে করার জন্য এভাবে সুত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ গুণ করতে হবে $\frac{৫\times৩}{৫+৩}\times\frac{২}{৩}=\frac{৫}{৪}$
> [সুত্র প্রয়োগ করলে ১ অংশ× ভগ্নাংশ]

৩৩. একটি পানির ট্যাংক দুই - পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে। পাইপ A দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ১০মিনিটে পূর্ণ হয় আবার পাইপ B দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ৬মিনিটে খালি হয়। যদি দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করা হয়। কত সময় পর সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে অথবা খালি হবে? *[Janata Bank Ltd.(AEO) -2015]*

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৬ ঘ. ৮ **উত্তর:** গ

সমাধান: ১০মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ৬ মিনিটে খালি হয়, অর্থাৎ খালি হতে কম সময় লাগে, তাহলে খালি হওয়ার পাইপটি মোটা এবং পূর্ণ হওয়ার পাইপটি চিকন। সুতরাং শেষে গিয়ে ট্যাংকটি অবশ্যই খালি- ই হবে।

এখানে, দুটি পাইপই একসাথে চালু থাকলে ১ মিনিটে খালি হয়

$\frac{১}{৬}-\frac{১}{১০}=\frac{৫-৩}{৩০}=\frac{২}{৩০}=\frac{১}{১৫}$ অংশ ।

$\frac{১}{১৫}$ অংশ খালি হতে সময় লাগে = ১মিনিট।

∴১ " " " " " = ১৫মিনিট।

> **Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)**
> $\left(\frac{৬\times১০}{১০-৬}\right)\times\frac{২}{৫}=\frac{৬০}{৪}\times\frac{২}{৫}$ = **৬ মিনিট।**

যেহেতু পাইপটি আগে থেকে দুই - পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে তাহলে = $\frac{২}{৫}$ খালি হতে সময় লাগবে = $১৫\times\frac{২}{৫}$ মি. বা **৬মিনিট।**

> **পূর্ণ হবে নাকি খালি হবে?** পানি ঢোকার থেকে বেশি বের হলে সবার শেষে ট্যাংকটি খালি হয়, তেমনি বের হওয়ার থেকে ঢোকার পরিমান বেশি হলে সবার শেষে ট্যাংকটি পূর্ণ হবে এবং **যার কম সময় লাগে সে ই বেশি পাওয়ারফুল।**
>
> উপরের প্রশ্নটা ই A = ১০ মিনিটে পূর্ণ ও B = ৬ মিনিটে খালি এর পরিবর্তে **A = ৬ মিনিটে পূর্ণ ও B = ১০ মিনিটে খালি** দেয়া থাকলে এবং দুটি নল একসাথে চালু থাকলে এবার নলটি খালি হওয়ার পরিবের্ত পূর্ণ হবে। কারণ এবার পানি পূর্ণ করার পাইপটি কম সময়ে বেশি পানি প্রবেশ করাতে পারে। তাহলে ২/৫ অংশ পূর্ণ ট্যাংকের অবশিষ্ট ১-২/৫ = ৩/৫ অংশ পূর্ণ হবে।

৩৪. একটি পানির ট্যাংক দুই -পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে। পাইপ A দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ৬মিনিটে পূর্ণ হয় আবার পাইপ B দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ১০ মিনিটে খালি হয়। যদি দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করা হয়। কতক্ষণ পর সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে বা খালি হবে?

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৯ ঘ. ৮ **উত্তর:** গ

সমাধান: (বিস্তারিত নিয়মে করার জন্য আগের সমাধানটি দেখুন। শেষে ২/৫ এর জায়গায় ৩/৫ গুণ হবে।)

১০ ও ৬ এর ল.সা.গু = ৩০ $A : B = ৩ : (-৫)$

∴ দুই পঞ্চমাংশে পূর্ণ আছে $= ৩০ \times \frac{২}{৫} = ১২$ একক।

বাকী (৩০-১২)= ১৮ একক পূর্ণ হতে সময় লাগবে $= \frac{১৮}{৫-৩} = \frac{১৮}{২} = ৯$

Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)

$\left(\frac{৬\times১০}{১০-৬}\right)\times\frac{৩}{৫} = \frac{৬০}{৪}\times\frac{৩}{৫} = ৯$ **মিনিট।**

৩৫. একটি নল দ্বারা একটি ড্রাম ৩২ মিনিটে পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা ড্রামটি ১৬ মিনিটে খালি হয়। যদি ড্রামটি অর্ধেক পূর্ণ থাকে, তাহলে দুটি নল একসাথে খুলে দিলে ড্রামটি:- *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ৮মিনিটে পূর্ণ হবে খ. ১৬মিনিটে পূর্ণ হবে গ. ১৬মিনিটে খালি হবে ঘ. ৩২মিনিটে খালি হবে **উত্তর:** গ

সমাধান: (এই প্রশ্নে একটা Logic শিখুন, তাহলে পূর্ণ হওয়া আর খালি হওয়া নিয়ে আর কখনো সমস্যা হবে না)

পূর্ণ হওয়া সংখ্যার আগে (+) চিহ্ন এবং খালি হওয়া সংখ্যার আগে (-) চিহ্ন দিয়ে অংক সাধারণ নিয়মে করলে দুটি নল দিয়ে প্রথম ১ মিনিটে. **[পূর্ণ নাকি খালি হয় তা শুরুতে জানা নেই, তবে শেষে বোঝা যাবে]**

$\frac{১}{৩২}+(-\frac{১}{১৬})$ এখন যোগফলের আগে যদি + আসে তাহলে শেষে পূর্ণ হবে আর (-) আসলে বুঝতে হবে খালি হবে।

$= \frac{১}{৩২}-\frac{১}{১৬} = \frac{১-২}{৩২} = \frac{-১}{৩২}$ [এখানে যেহেতু (-) চিহ্ন এসেছে তাই বুঝতে হবে ড্রামটি শেষে গিয়ে খালি হবে।]

$\frac{১}{৩২}$ অংশ খালি হয় = **১** মিনিটে [(-) চিহ্ন বাদ যাবে কারণ তা দেখে খালি হবে বোঝা গেছে তাই (−) এর কাজ শেষ]

∴ **১** অংশ খালি হয় = ৩২ মিনিটে। সুতরাং $\frac{১}{২}$ অংশ খালি হবে $= ৩২\times\frac{১}{২} = ১৬$ মিনিটে। **উত্তর: ১৬মিনিটে খালি হবে।**

শর্টকাট সমাধান:

৩২ ও ১৬ এর ল.সা.গু = ৩২ লিটার। ১ম নল : ২য় নল = ১ : (-২)

∴ অর্ধেক পূর্ণ থাকায় বর্তমানে পানি আছে = ১৬ লিটার।

যেহেতু ১ < -২। সুতরাং প্রতি মিনিটে খালি হবে ১-২ = -১ লিটার।

১৬ লিটার খালি হতে সময় লাগবে = ১৬÷১ = ১৬ মিনিটে।

Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)

$\left(\frac{৩২\times১৬}{৩২-১৬}\right)\times\frac{১}{২} = \frac{৩২\times১৬}{১৬}\times\frac{১}{২} =$ **১৬মি:**

৩৬. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চার অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(গামা)-২০১৪]*

ক. ২ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা গ. ৪ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান: তিনটি নল দ্বারা ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় $= \frac{১}{১০}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫} = \frac{৬+৫+৪}{৬০} = \frac{১৫}{৬০} = \frac{১}{৪}$ অংশ

এখন, $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায় ∴ $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় $= ৪\times\frac{১}{২}$ ঘন্টায় = **২ ঘন্টায়।**

নিজে করুন:

৩৭. একটি বাড়ীর ছাদের ট্যাংটি একটি নল দ্বারা ২৫ মিনিটে পূর্ণ হয়। আবার বাড়ির ব্যবহারের জন্য ট্যাংটির যে নল আছে তা খুলে দিলে ৫০ মিনিটে সম্পূর্ণ খালি হয়ে যায়। ট্যাংটির অর্ধপূর্ণ থাকা অবস্থায় দুটি নল একসঙ্গে কাজ করলে ট্যাংটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? *(থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)*

ক. ২৫ মিনিট খ. ৩২ মিনিট গ. ৩৪ মিনিট ঘ. ২০ মিনিট উত্তর: ক

৩৮. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ৮, ১২ ও ২৪ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির তিন চতুর্থাংশ পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)-২০১১]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪ ঘন্টা গ. ৫ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা উত্তর: ক

[Hints: ১ অংশের জন্য লাগা মোট সময় $\times \frac{৩}{৪}$]

পদ্ধতি-০৪ ঃ একটি নল বন্ধ হয়ে গেলে বা কাজ থেকে একজন চলে গেলে

"কে গেল আর কে থাকল তা ভালোভাবে লক্ষ্য করবেন"

এই নিয়মের অংকগুলো কয়েক ভাবে আসতে পারে,এখানে সবগুলো নিয়মের বিস্তারিত ও শর্টকাট সমাধান দেখানো হলো।

(৪.ক): যে নল চালু ছিল বা যে ব্যক্তি উপস্থিত ছিল তার কত সময় ?

টিপস: প্রথমে একত্রে কতটুকু কাজ করেছে তা বের করার পর মোট কাজ থেকে তা বিয়োগ করুন তাহলে যে কাজটি অবশিষ্ট থাকবে সে কাজটি-ই যে চলে যায় নি সে করতে কতদিন লাগবে তা বের করুন। এক্ষেত্রে প্রশ্নে প্রদত্ত ক্লু থেকে তার কাজের ক্ষমতা অনুযায়ী ঐকিক নিয়মে অংকটি সাজিয়ে তারপর করুন। যেমন:

৩৯. P ও Q -এর একটি কাজ একা সম্পন্ন করতে সময় লাগে যথাক্রমে ১৫ দিন ও ১০ দিন। তারা একত্রে কাজটি ৩ দিন করার পর P চলে যায়। অবশিষ্ট কাজ Q একা সম্পন্ন করে। সমগ্র কাজটি সমাপ্ত হতে কত সময় লাগল? *[Sonali Bank (SO)- 2014]*

ক.৩ খ.৪ গ.৫ ঘ.৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: P ও Q ১ দিনে করে = $\left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০}\right)$ অংশ = $\frac{২+৩}{৩০}$ = $\frac{৫}{৩০}$ = $\frac{১}{৬}$ অংশ

$\therefore$ P ও Q ৩ দিনে করে = $\frac{১\times৩}{৬}$ অংশ = $\frac{১}{২}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ = ১-$\frac{১}{২}$=$\frac{১}{২}$ অংশ

আবার, Q একাই ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ করে = ১০ দিনে

Q " $\frac{১}{২}$ " " " " = $\frac{১০\times১}{২}$ $\therefore$ সমগ্র কাজটি সমাপ্ত হতে সময় লাগবে = ৫ + ৩ = **৮ দিন**।

মুখে মুখে: ১৫:১০ হিসেবে একসাথে করলে লাগবে ৬ দিন। তাহলে ৩ দিনে করেছে ১/২ অংশ। বাকী ১/২ করতে Q কে একা সময় লাগে = ৫ দিন। মোট ৩+৫ = **৮ দিন।**

৪০. দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি খুলে দেওয়ার ৪ মিনিটে পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়ায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরও ৬ মিনিট লাগলো। নল দুটি দ্বারা আলাদাভাবে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[BBS (অ্যাসিসট্যান্ট অফিসার)-২০১৪]*

ক. ১৮ ও ১২ মি. খ. ১৫ ও ১২ মি. গ. ২৪ ও ১২ মি. ঘ. ১০ ও ১৫ মি. উত্তর: গ

সমাধান: দুটি নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{৮}$ অংশ

$\therefore$ " " " ৪ " " " = $\frac{১\times৪}{৮}$ = $\frac{১}{২}$ অংশ $\therefore$ অবশিষ্ট অংশ = ১ - $\frac{১}{২}$ = $\frac{১}{২}$ অংশ

২য় নল দ্বারা অবশিষ্ট $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় = ৬ মিনিটে $\therefore$ ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = (৬ × ২) = ১২ মিনিটে।

আবার, প্রথম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{৮}$ - $\frac{১}{১২}$ অংশ = $\frac{৩-২}{২৪}$ = $\frac{১}{২৪}$ অংশ

প্রথম নল দ্বারা $\frac{১}{২৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে ∴ ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ২৪ মিনিটে **উত্তর: ২৪ মি. ও ১২ মি.** ।

মুখে মুখে: একত্রে ৮ মিনিট লাগলে ৪ মিনিটে অর্ধেক হওয়ার পর বাকী অর্ধেকে একটি নলকে ৬ মিনিট লাগলে পুরোটা পূর্ণ করতে তাকে লাগবে **১২ মিনিট**। অর্থাৎ ১ নল একা ১২ মিনিট এবং ২টা মিলে ৮ মিনিট। তাই সূত্র দিয়ে $\frac{১২ \times ৮}{১২ - ৮} = \frac{৯৬}{৪}$ = **২৪ মি:**

৪১. দুইটি নল দিয়ে একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুইটি খুলে দেয়ার ৬ মিনিট পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়ায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরও ৬ মিনিট লাগলো। দ্বিতীয় নলটি দিয়ে চৌবাচ্চাটি একক ভাবে পূর্ণ করতে কত মিনিট লাগবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৪ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ১ম ও ২য় নল দিয়ে ৮ মিনিটে পূর্ণ হয় = ১ অংশ

∴ ১ম ও ২য় " " ১ " " " = $\frac{১}{৮}$ অংশ।

∴ ১ম ও ২য় " " ৬ " " " = $\frac{৬}{৮} = \frac{৩}{৪}$ অংশ

তাহলে অবশিষ্ট থাকে = (১ - $\frac{৩}{৪}$) = $\frac{১}{৪}$ অংশ।

২য় নলটি দিয়ে অবশিষ্ট $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ৬ মিনিটে ∴ ২য় নলটি দিয়ে সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ৬×৪ = **২৪ মিনিটে(উত্তর)**

Shortcut: প্রথমে কাজ হয়ে গেছে
$\frac{৬}{৮} = \frac{৩}{৪}$। অবশিষ্ট $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ করতে লাগে = ৬ মিনিট।
সুতরাং ১ অংশ করতে লাগবে = ৪×৬ = ২৪ মিনিট।

৪২. সুজন একা একটি কাজ ৪ ঘন্টায় ও বিজন ঐ কাজটি একা ৫ ঘন্টায় করতে পারে। দুজনে মিলে একসাথে শুরু করে ২ ঘন্টা কাজ করার পর সুজন চলে গেলে, বিজনের কাজটি শেষ করতে কত সময় লাগবে? *[BGFCL (সাব- এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জি:র-সিভিল)-২০২১]*

ক. ১ ঘন্টা খ. ৪৫ মিনিট গ. ৩০ মিনিট ঘ. ২০ মিনিট **উত্তর: গ**

সমাধান: উভয়ে একত্রে ১ ঘন্টায় করে কাজটির = $\frac{১}{৪} + \frac{১}{৫}$ অংশ = $\frac{৫ + ৪}{২০} = \frac{৯}{২০}$ অংশ

∴ ২ " " " = $\frac{৯ \times ২}{২০} = \frac{৯}{১০}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ = $১ - \frac{৯}{১০} = \frac{১}{১০}$ অংশ

এখন, বিজন ১ অংশ কাজ করে = ৫ ঘন্টায়

" $\frac{১}{১০}$ " " " = $\frac{৫}{১০}$ ঘন্টায় = $\frac{৫ \times ৬০}{১০}$ মিনিট = **৩০ মিনিট** ।

পরীক্ষার হলের স্টাইল: (ল.সা.গু টেকনিক)
ধরি মোট কাজ = ২০ একক। সুজন:বিজন = ৫:৪
২ ঘন্টায় করেছে ২×(৫+৪) = ১৮ একক।
অবশিষ্ট ২০-১৮ = ২ একক বিজন একা করবে =২/৪ = ১/২ ঘন্টা বা **৩০ মিনিটে**।

নিজে করুন:

৪৩. ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে এবং খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করার পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ একা আর কত দিনে করতে পারবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণা: (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ **উত্তর: ঘ**

[**Hints:** Ratio Table থেকে ১০:১৫ হলে একত্রে ৬ দিন । একত্রে ৪ দিনে করে = $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$ অবশিষ্ট $\frac{১}{৩}$ ×১৫(খ) = **৫ দিন**]

এ ধরণের অংকের শেষের অংশটি দ্রুত করতে চাইলে **যার কাজের অংশ × তার কাজ করার মোট সময় =** প্রয়োজনীয় সময়

৪৪. ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে, খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ৫ দিন কাজ করার পরে ক চলে গেল। বাকী কাজ খ একা কত দিনে করতে পারবে? *[উপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৫]*

ক. ৪ খ. ২.৫ গ. ৫ ঘ. ১২ **উত্তর: খ**

[**Hints:** Ratio বক্স থেকে ১০:১৫ হলে একত্রে ৬ দিন । একত্রে ৫ দিনে করে $\frac{৫}{৬}$ =অবশিষ্ট $\frac{১}{৬}$ ×১৫(খ) = ২.৫ দিন।]

৪৫. ক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে এবং খ কাজটি ৩০ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ৮ দিনে করার পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ একা কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে? *[থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার:০৫]*

ক. ৯ খ. ১০ গ. ১১ ঘ. ১২ **উত্তর: খ**

[**Hints:** Ratio বক্স থেকে ২০:৩০ হলে একত্রে ১২ দিন। একত্রে ৮ দিনে করে = $\frac{৮}{১২}$ = $\frac{২}{৩}$ অবশিষ্ট $\frac{১}{৩}$ ×৩০(খ) = ১০ দিন]

বিকল্প সমাধান: ২০ এবং ৩০ ল.সা.গু = ৬০ ক : খ = ৩ : ২ (ক+খ) ৮ দিনে করে = (৩+২) × ৮ = ৪০
অবশিষ্ট = (৬০ – ৪০) = ২০ একক ∴ খ একা করতে পারে =২০÷২ = ১০ দিনে।

(৪.খ) : যে ব্যক্তি চলে গেছে বা যে নল বন্ধ হয়ে গেছে কতক্ষণ একসাথে ছিল?

টিপস: এ অংকে যে যায়নি তার কাজের অংশ আগে বের করতে হবে। কেননা সে কাজের শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত উপস্থিত ছিল।

৪৬. ১টি কাজ ক ১২ দিনে, খ ২৪ দিনে করতে পারে। কাজটি শুরু করার কত দিন পর ক চলে গেলে সম্পুর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট ১৫ দিন লাগবে?

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪.৫ ঘ. ৫ **উত্তর: গ**

সমাধান : সম্পূর্ণ কাজটি ১৫ দিনে শেষ হয়েছে অর্থ যে কাজটা ছেড়ে যায় নাই সে একটানা ১৫ দিন কাজ করেছে। তাহলে যে কাজটা ছেড়ে চলে গেল সে কতদিন কাজ করেছে? এটা বের করার জন্য যে চলে যায় নি সে ১৫ দিনে কতটুকু কাজ করেছে সেটা বের করে অবশিষ্ট কাজটা ই অন্যজন করে চলে গেছে। এতটুকু ভালোভাবে বুঝলে খুব দ্রুত সমাধান করা যাবে

খ ১৫ দিনে করে $\frac{১৫}{২৪}$ = $\frac{৫}{৮}$ অবশিষ্ট $\frac{৩}{৮}$ অংশ কাজ যেহেতু ক করে চলে গেছে তাই ক কে সময় লেগেছিল = $\frac{৩}{৮}$ ×১২ = ৪.৫

উপরের এই প্রশ্নটিই যদি নল চৌবাচ্চার অংকে আসে তাহলে নিচের মত করে আসবে:

৪৭. ২টি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ২০ ও ৩০ মিনিটে পূর্ণ করা যায়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুটি নলই একসাথে খুলে দেওয়া হলো । প্রথম নলটি কখন বন্ধ করলে মোট ১৮ মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে? *[পুরাতন বোর্ড বই -৭ম শ্রেণী]+[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে পুলিশ সহ: রাসায়নিক পরীক্ষক-২০০২]*

ক.৮ খ.১০ গ.১২ ঘ.১৫ **উত্তর: ক**

Turning Point: ১ম নলটি বন্ধ হওয়ার পর সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা ১৮মিনিটে পূর্ণ হওয়া অর্থ হলো ২য় নলটি শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ১৮ মিনিটই চালু ছিল । **অর্থাৎ কাজ ছেড়ে যে চলে যায় না সে শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত কাজ করে।**

সমাধান: ২য় নলটি মোট ১৮ মিনিট ই চালু ছিল তাই

২য় নলটি ৩০ মিনিটে পূর্ণ করে = ১ অংশ ∴ ১ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১}{৩০}$ অংশ.∴ ১৮মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১৮}{৩০}$ = $\frac{৩}{৫}$ অংশ

২য় নলটি $\frac{৩}{৫}$ অংশ পূর্ণ করায় অবশিষ্ট খালি অংশ = ১ (সম্পূর্ণ অংশ) - $\frac{৩}{৫}$ অংশ = $\frac{৫ - ৩}{৫}$ = $\frac{২}{৫}$ অংশ

অর্থাৎ ১ম নলটি $\frac{২}{৫}$ অংশ পূর্ণ করার পর বন্ধ হয়েছে। এখন,

১ম নলটি ১ অংশ পূর্ণ করতে পারে = ২০ মিনিটে $\therefore \frac{২}{৫}$ অংশ পূর্ণ করতে পারে = $২০ \times \frac{২}{৫}$ মিনিটে = **৮ মিনিট (উত্তর)**

Note: উভয় নলদ্বয় একসাথে ৮ মিনিট চলার পর প্রথম নলটি বন্ধ হয় এবং ২য় নলটি মোট ১৮ মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা পূর্ণ করে।

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক) : ২০ এবং ৩০ এর ল.সা.গু = ৬০লিটার। ১ম নল : ২য় নল = ৩ : ২ । ২য় নল ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে = ১৮×২ = ৩৬ তাহলে ১ম নল অবশিষ্ট ৬০-৩৬ = ২৪ অংশ পূর্ণ করে = ২৪÷৩ = ৮ মিনিটে।

বিকল্প সমাধান: (কাজ করতে করতে চলে যাওয়ার এই অংকগুলোতে x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান **বুঝলে অনেক সহজ**)

ধরি, ১ম নলটি বন্ধ করা হয়েছিল = x মিনিট পর। তাহলে প্রথম নল x মিনিট এবং ২য় নল ১৮ মিনিট কাজ করেছে।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২০} + \frac{১৮}{৩০} = ১ \Rightarrow \frac{x}{২০} + \frac{৩}{৫} = ১ \Rightarrow \frac{x + ১২}{২০} = ১ \Rightarrow x+১২ = ২০ \quad \therefore x = ৮$

উপরের সমাধান করে দেয়া অংকটিই একটু ভিন্নভাবে আসতে পারে। যেমন:

৪৮. ২টি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ২০ ও ৩০ মিনিটে পূর্ণ করা যায়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুটি নলই একসাথে খুলে দেওয়া হলো । প্রথম নলটি ৮ মিনিট পর বন্ধ করলে মোট কত মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে?

ক. ১৬ খ. ২২ গ. ২০ ঘ. ১৮ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি, চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়েছিল মোট = x মিনিটে [মোট সময় = ২য় নলটি চালু থাকার সময়]

প্রশ্নমতে, $\frac{৮}{২০} + \frac{x}{৩০} = ১ \Rightarrow \frac{২}{৫} + \frac{x}{৩০} = ১ \Rightarrow \frac{১২ + x}{৩০} = ১ \Rightarrow ১২+x = ৩০ \quad \therefore x = ১৮$

বিকল্প সমাধান:

১ম নলটি ৮ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{৮}{২০} = \frac{২}{৫}$ অংশ। $\therefore$ অবশিষ্ট = $১-\frac{২}{৫} = \frac{৩}{৫}$ অংশ ২য় নলটি পূর্ণ করে = $\frac{৩}{৫} \times ৩০$ = **১৮ মি.**

নিজে করুন:

৪৯. দুটি নল A এবং B দিয়ে একটি ট্যাংক যথাক্রমে ২৪ ও ৩২ মিনিটে পূর্ণ হয়। যদি উভয় পাইপ একসাথে খুলে দেয়া হয় তাহলে কত সময় পর B কে বন্ধ করলে সম্পূর্ণ ট্যাংকটি মোট ১৮ মিনিটে পূর্ণ হবে?

ক. ১২ খ. ৬ গ. ১০ ঘ. ৮ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

A, পুরো ১৮ মিনিটে করে = $\frac{১৮}{২৪} = \frac{৩}{৪}$ অংশ, $\therefore$ অবশিষ্ট $১ - \frac{৩}{৪} = \frac{১}{৪}$ অংশ B করতে সময় নিয়েছিল, $\frac{১}{৪} \times ৩২$ =৮মিনিট]

[**Note:** বড় বড় করে লিখে সমাধান করলেও এই সংখ্যাগুলোই থাকবে শুধু বামে বাংলা কথাগুলো লাগিয়ে দিতে হবে।]

বিকল্প সমাধান: ধরি, B চালু ছিল = x মিনিট।

তাহলে A এর ১৮ মিনিটে পূর্ণ করা অংশ + B এর x মিনিটে পূর্ণ করা অংশ = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ ।

প্রশ্নমতে, $\frac{18}{24} + \frac{x}{32} = 1 \Rightarrow \frac{72 + 3x}{96} = 1 \Rightarrow 72+3x=96 \Rightarrow 3x=24 \quad \therefore x = ৮$ **উত্তর: ৮ মিনিট।**

কাজ শুরুর সময় এবং শেষের সময় দেয়া থাকলেও একই নিয়ম, শুধু হিসেব করে শেষে সময় যোগ করতে হবে।

৫০. Asif can do a job in 15 hours, and Russel can do the same job in 9 hours. If they start doing the job together at 6am, and Russel stops working at. 9am, at what time will Asif finish the job? (একটি কাজ আসিফ ১৫ ও রাসেল ৯ ঘন্টায় করতে পারে। তারা সকাল ৬ টায় একত্রে কাজ শুরু করার পর, সকাল ৯ টায় রাসেল কাজ বন্ধ করলে আসিফ কখন কাজটি শেষ করতে পারবে?) *[Exim Bank. (T.Off). -2014]*

ক. দুপুর ২.০০ টা খ. বিকেল ৪.০০ টা গ. বিকেল ৫.০০ টা ঘ. বিকেল ৬.০০ টা **উত্তর: খ**

সমাধান:

খ ১৮ দিনে করে = ১ অংশ, ∴১ দিনে করে $\frac{১}{১৮}$ অংশ, ∴৬ দিনে করে $\frac{৬}{১৮} = \frac{১}{৩}$ অংশ (সরাসরি $\frac{৬}{১৮} = \frac{১}{৩}$ লেখা যায়)

অবশিষ্ট কাজ = $১ - \frac{১}{৩} = \frac{৩-১}{৩} = \frac{২}{৩}$ অংশ, [মুখে মুখেই = $\frac{২}{৩}$] [এই কাজটা (ক+খ) একত্রে করেছে তাই তাদের সময় দরকার]

(ক +খ) এর ১দিনের কাজ = $\frac{১}{৯} + \frac{১}{১৮} = \frac{২+১}{১৮} = \frac{৩}{১৮} = \frac{১}{৬}$ অংশ

এখন, (ক+খ) একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ করে = ১ দিনে।

(ক+খ) " ১ অংশ করে = ৬ দিনে

শর্টকাট সমাধান: : ল.সা.গু ১৮ ধরে ক : খ = ২ : ১। এখন শেষ ৬ দিন খ করে = ৬×১ = ৬একক । তাহলে অবশিষ্ট ১৮-৬ = ১২ (ক+খ) একত্রে করলে সময় লাগবে = ১২ ÷(২+১) = ৪ দিন। মোট সময় = ৪+৬ = ১০ দিন।

সুতরাং (ক+খ) $\frac{২}{৩}$ অংশ একত্রে করে = $\frac{২}{৩} \times ৬ = ৪$ দিন। সুতরাং মোট সময় লাগবে = ৬+৪ = **১০ দিন**। **উত্তর: ১০ দিন**

ভালোভাবে বোঝার জন্য চিত্রটি দেখতে পারেন।

খ এই $\frac{১}{৩}$ অংশ করেছে ৬দিনে।	$\frac{১}{৩}$	**Note:** এখানে যে ৩টি পার্ট দেখা যাচ্ছে তার উপরই তিন ধরণের প্রশ্ন হয়। যেমন: অবশিষ্ট অংশ করতে কত সময়? একসাথে কত সময় করেছে বা কতসময় করে চলে গেছে ? এবং সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কত সময় লাগবে। উপরের ৪ নং পদ্ধতির (ক, খ ও গ) ৩টি ধাপে এটা বোঝানো হয়েছে।
☞ক+খ ৪ দিনে করেছে এই $\frac{২}{৩}$ অংশ তাই মোট সময় = ৬+৪ = **১০ দিন।**	$\frac{১}{৩}$ $\frac{১}{৩}$	

বিকল্প সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজালে এই ধরণের প্রশ্নগুলো দ্রুত এবং সহজে উত্তর বের করা সম্ভব)

ধরি, সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হয়েছিল = x দিনে। সুতরাং খ করেছে মোট x দিন এবং ক করেছে (x-৬) দিন।

প্রশ্নমতে, $\frac{x - ৬}{৯} + \frac{x}{১৮} = ১$ [ক ৬ দিন আগে চেলে গেছে তাই ৬ দিন কম কাজ করেছে কিন্তু খ পুরো সময়টা ছিল]

$\Rightarrow \frac{২x - ১২ + x}{১৮} = ১ \Rightarrow ৩x-১২ = ১৮ \Rightarrow ৩x = ৩০ \therefore x = ১০$

☞ আবার যদি ধরার সময় এভাবে ধরা হতো, দুজনে একত্রে কাজ করেছে = x দিন।

তাহলে সমীকরণটা হতো, $\frac{x}{৯} + \frac{x+৬}{১৮} = ১$ এবারে x = ৪ আসলে তার সাথে ৬ যোগ করে উত্তর ৪+৬ = **১০ দিন।**

৫৪. মনির একটি কাজ ৬ দিনে এবং জহির ১২দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি শুরু করার কয়েকদিন পর কাজটি অসমাপ্ত রেখে মনির চলে যায়। বাকি কাজ জহির ৩ দিনে শেষ করে। মোট কত দিনে কাজটি সম্পূর্ণ হয়? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ে পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক):২০০৭+দুর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]*

ক. ৬ দিন খ. ১০ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ৮ দিন **উত্তর:** ক

সমাধান: (উপরের নিয়মগুলো (সমীকরণ/ভগ্নাংশ) অনুসরণ করুন, এখানে ভিন্ন নিয়মে + কিছু হিন্টস দেয়া হলো)

জহির শেষ ৩ দিনে করে = $\frac{৩}{১২} = \frac{১}{৪}$ অংশ। অবশিষ্ট = $\frac{৩}{৪}$ অংশ। (এই কাজটি তারা দুজনে মিলে করেছে)

তাই তাদের দুজনে মিলে পাওয়ার কত তা বের করে গুণ করে দিলেই হয়ে যাবে। এখন $\frac{৬ \times ১২}{৬ + ১২} = ৪$ দিন।

[এই জায়গায় ভগ্নাংশ সাজিয়ে লিখলে লিখিত সমাধান আর বুঝলে এই শর্টকাট সূত্র প্রয়োগ করে খুব দ্রুত উত্তর বের করা যায়।]

তাহলে দুজনে $\frac{৩}{৪}$ অংশ কাজ করেছে $\frac{৩}{৪} \times ৪ = ৩$ দিনে। কাজটি শেষ হতে মোট সময় লাগলো ৩+৩ = ৬দিনে।

Learning point from this question: যদি কখনো কোন কাজের অংশ ১ জনকে করতে হয় তাহলে প্রশ্নের শুরুতে তার কাজের যে পাওয়ার থাকে তা ঐ ভগ্নাংশের সাথে গুণ করলেই হয়ে যায়। তবে কখনো কোন কাজের অংশ ২ জন মিলে করতে হলে তাদের একত্রে পাওয়ার বের করার জন্য প্রথমের শর্টকাট সূত্র প্রয়োগ করা যায়।

ল.সা.গু টেকনিক: : ৬ ও ১২ এর ল.সা.গু = ১২ মোট কাজ হলে, মনির:জহির = ২:১। শেষ ৩ দিন জহির করে ৩×১ = ৩। অবশিষ্ট ১২-৩ = ৯ একক দু জনে মিলে করতে সময় লাগবে = ৯ ÷ (২+১) = ৩ দিন। মোট সময় = ৩+৩ = **৬ দিন।**

নিজে করুন:

৫৫. ক একটি কাজ ১২ দিনে এবং খ ২৪ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি শুরু করার কয়েকদিন পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ ৩ দিনে শেষ করল। মোট কত দিনে কাজটি সম্পূর্ণ হলো? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটি:-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২২]*

ক. ১১ খ. ১৩ গ. ১০ ঘ. ১২ **উত্তর:** গ

[**Hints:** প্রথমে খ এর ৩ দিনের কাজের অংশ বের করে অংক করে অবশিষ্ট কাজ × দুজনের পাওয়ার , শেষে উভয় সময় যোগ]

৫৬. দুটি পাইপ A এবং B একটি ট্যাংক যথাক্রমে ১৫ ও ২০ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে।। দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করার ৪ মিনিট পর পাইপ A কে বন্ধ করা হলে, মোট কত সময়ে সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে? *[PKB (SEO)- 2014]*

ক. ১০ মি. ২০ সে. খ. ১১ মি. ৪৫ সে. গ. ১২ মি. ৩০ সে. ঘ. ১৪ মি. ৪০ সে. **উত্তর:** ঘ

সমাধান: পাইপ A ও B একত্রে ৪ মিনিটে পূর্ণ করে = $(\frac{৪}{১৫}+\frac{৪}{২০}) = \frac{৪}{১৫}+\frac{১}{৫} = \frac{৪+৩}{১৫} = \frac{৭}{১৫}$ অংশ

$\therefore$ অবশিষ্ট থাকে = $(১-\frac{৭}{১৫})$অংশ = $\frac{১৫-৭}{১৫} = \frac{৮}{১৫}$ অংশ

সমীকরন: মোট সময় = x হলে, $\frac{x-৪}{১৫}+\frac{x}{২০} = ১$

এখন যেহেতু পাইপ A চালু করার ৪ মিনিট পর বন্ধ করা হবে সেহেতু অবশিষ্ট $\frac{৮}{১৫}$ অংশ পাইপ B কেই পূরণ করতে হবে।

B কে ১ অংশ পূর্ণ করতে সময় লাগে = ২০ মিনিট

$\therefore$ B '' $\frac{৮}{১৫}$ " " " " = $২০\times\frac{৮}{১৫}$ মিনিট = $\frac{৩২}{৩} = ১০\frac{২}{৩}$ =১০ মিনিট $\frac{২}{৩}\times৬০$ = **১০ মিনিট ৪০ সেকেন্ড।**

$\therefore$ ট্যাংকটি পূর্ণ হতে মোট সময় লাগবে (১০মি. ৪০সে. + ৪ মি.) = **১৪ মি. ৪০ সেকেন্ড** [$\because$ পূর্বে একত্রে ৪ মি. করেছে]

নিজে করুন:

৫৭. A একটি কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে, B ঐ কাজটি ৩০দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করল এবং কাজটি শেষ করার ১০দিন আগে A চলে গেল, কাজটি শেষ হতে মোট কত সময় লাগবে?

ক. ১৬ দিন খ. ২০ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১৮ দিন **উত্তর:** ঘ

[**Hints:** A চলে গেছে, তাই শেষ ১০ দিনে B করেছে, $\frac{১০}{৩০} = \frac{১}{৩}$ বাকী $\frac{২}{৩}$ অংশ দু'জনে মিলে করেছে $\frac{২}{৩}\times\left(\frac{২০\times৩০}{২০+৩০}\right) = ৮$

তাহলে মোট সময় ১০+৮ = ১৮ দিন, ল.সা.গু টেকনিকে নিজে থেকে করার চেষ্টা করুন।]

(৪.ঘ): ৩ জন কাজ করা অবস্থায় কেউ চলে গেলে:

২ জনের স্থলে ৩/৪ জন কাজ করা অবস্থায় কেউ চলে গেলেও আগের নিয়মগুলোর মতই যতটুকু কাজ করে গেছে তা বের করে অবশিষ্ট অংশ বের করতে হয়। এরপর সেই অবশিষ্ট অংশ যে করছে তার মোট দিন গুণ করলেই উত্তর বের হবে।

৫৮. ক, খ ও গ একটি কাজ যথাক্রমে ২০, ২৪ ও ৩০ দিনে সম্পন্ন করতে পার। তারা একত্রে ৬ দিনে কাজ করার পর খ ও গ চলে গেল। বাকী কাজ ক একা আর কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে? *[নগর উন্নয়ন অধিদপ্তর (সহঃ প্রকৌশলী)-২০০৫]*

ক. ২ দিন খ. ৩ দিন গ. ৪ দিন ঘ. ৫ দিন উত্তর: ঘ

সমাধান: ক,খ ও গ ৬ দিন করে = $\frac{৬}{২০}+\frac{৬}{২৪}+\frac{৬}{৩০}=\frac{৩}{১০}+\frac{১}{৪}+\frac{১}{৫}=\frac{১৮+১৫+১২}{৬০}=\frac{৪৫}{৬০}=\frac{৩}{৪}$ অংশ

∴ অবশিষ্ট কাজ = ১ - $\frac{৩}{৪}=\frac{১}{৪}$ অংশ, যা ক একা করবে = $\frac{১}{৪}\times২০$ = ৫ দিনে। **উত্তর: ৫ দিন।**

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ ২০,২৪ এবং ৩০ এর ল.সা.গু = ১২০ একক। ক : খ : গ = ৬ : ৫ : ৪
৬ দিনে তারা করে = (৬+৫+৪)×৬ = ১৫×৬ = ৯০ একক।
তাহলে অবশিষ্ট = ১২০ – ৯০ = ৩০ একক ক করবে = ৩০÷৬ = ৫ দিনে।

বিকল্প সমাধান: (এই অংকগুলোও সমীকরণ তৈরী করে করা যায়)

ধরি, ক অবশিষ্ট কাজ করে = x দিনে।

প্রশ্নমতে, $\frac{x+৬}{২০}+\frac{৬}{২৪}+\frac{৬}{৩০}$ = ১ অংশ [৩ জনের উপরে তারা যতদিন কাজ করেছে]। সুতরাং x = ৫ দিন।

নিজে করুন:

৫৯. A, B এবং C একটি কাজ যথাক্রমে ৫ দিন, ১০ দিন এবং ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করার ২ দিন পর A এবং B কাজ ছেড়ে চলে গেলে অবশিষ্ট কাজ C একা কতদিনে করতে পারবে? *[ইসলামী ব্যাংক (প্রবেশনারী অফিসার)-২০১০]*

ক. ১ দিন খ. ৩ দিন গ. ৫ দিন ঘ. ৪ দিন উত্তর: ঘ

[**Hints:** A+B+ C, 2 দিনে করে = $\frac{২}{৫}+\frac{২}{১০}+\frac{২}{১৫}=\frac{২২}{৩০}=\frac{১১}{১৫}$ অবশিষ্ট $\frac{৪}{১৫}$ অংশ C একা করে $\frac{৪}{১৫}\times১৫$= **৪ দিনে**]

[**Note:** উপরের সহজ এই সমাধানটি কোন শর্টকাট সূত্রের সমাধান নয়। বরং লিখিত সমাধানের শর্ট স্টাইল। তাই অংক বুঝতে সময় দিন]

পদ্ধতি-০৫: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু নিয়মের প্রশ্ন

(৫.ক) চৌবাচ্চা বা ট্যাংকের ধারণ ক্ষমতা বের করা।

৬০. একটি নল ১২ মিনিটে একটি খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ করে । অপর একটি নল প্রতি মিনিটে ১৪ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় নল দুটি খুলে দিলে ৯৬ মিনিটে উহা পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে। *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮] [মাধ্যমিক বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণী- অনু: ৩.৫ এর উদাহরণ ৩৭ হুবহু]+ [বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ণ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ১৪৫ লিটার খ. ১৫৫ লিটার গ. ২০৮ লিটার ঘ. ১৯২ লিটার **উত্তর: ঘ**

সমাধান: প্রথম নলটি ১ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১}{১২}$ অংশ।

২য় নলটি খুলে দিলে দুটি নল মিলে ১ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১}{৯৬}$ অংশ।

∴ শুধু ২য় নলটি ১ মিনিটে খালি করে = $\frac{১}{১২}-\frac{১}{৯৬}=\frac{৮-১}{৯৬}=\frac{৭}{৯৬}$ অংশ।

শর্টকাট: $\frac{১২\times৯৬}{৯৬-১২}=\frac{১২\times৯৬}{৮৪}=\frac{৯৬}{৭}$ মি.
এরপর : $\frac{৯৬}{৭}\times১৪$ (*সময়×পরিমাণ*)= ১৯২

৬৩. ক একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। যদি খ, ক এর দ্বিগুণ কাজ করে, তবে ক এবং খ একত্রে ঐ কাজ শেষ করতে কতদিন লাগবে? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

ক. ৫ খ. ১০ গ. ৩০ ঘ. ৪৫ **উত্তর:** ক

সমাধান: ধরি, কাজটি করতে খ কে লাগে = x দিন। (দ্বিগুণ কাজ করলে অর্ধেক দিন লাগে) ∴ ক কে লাগে = ২x দিন।

এখানে ক এর দিন ২x = ১৫ দিন। (এভাবে থাকলেও পরে ২x এর মান সরাসরি বসানো যাবে, x আনলে ভগ্নাংশ আসবে)

ক ও খ একত্রে ১ দিনে করে = $\frac{1}{x}+\frac{1}{২x}=\frac{২+১}{২x}=\frac{৩}{২x}=\frac{৩}{১৫}=\frac{১}{৫}$ অংশ। [২x = ১৫ বসিয়ে]

সুতরাং (ক ও খ) একত্রে $\frac{১}{৫}$ অংশ করে = ১ দিনে ∴ক ও খ একত্রে সম্পূর্ণ কাজটি করবে = **৫ দিনে। উত্তর: ৫ দিন।**

> **কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:** খ দ্বিগুণ কাজ করলে তাকে অর্ধেক সময় ৭.৫ দিন লাগে। তাই উত্তর: $=\frac{১৫\times ৭.৫}{১৫+৭.৫}=$ **৫ দিন**

৬৪. ৩ জন শ্রমিক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে। শ্রমিকদের ২ জনই ৩য় জন অপেক্ষা দ্বিগুণ গতিতে কাজ করতে পারে। দ্রুত গতি সম্পন্নদের ১ জনের ঐ কাজ একা করতে কত সময় লাগবে ? *[ONE Bank (PO)-2008]*

ক. ৯০ দিন খ. ৬০ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৫০ দিন **উত্তর:** ঘ

সমাধান:

> **Seriously মনে রাখুন:** কাজের ক্ষেত্রে কে কত গতিতে কাজ করলো তা না ধরে কার কতটুকু সময় লাগে তা ধরে হিসেব করতে হয়। তাই সবসময় সময়কে গুরুত্ব দিতে হবে। গতিকে ধরা যাবে না তা নাহলে পরে সমীকরণ সাজানো যাবে না।

ধরি, দ্রুত গতির শ্রমিক ২ জন প্রত্যেকে আলাদাভাবে কাজটি x দিনে এবং কম গতির ৩য় জন কাজটি ২x **দিনে করতে পারে।** (দিন ধরতে হবে, কাজের ক্ষেত্রে যে বেশি গতিতে কাজ করে তার সময় লাগবে কম এবং যে ধীরগতির তার সময় বেশি লাগবে)

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x}+\frac{১}{x}+\frac{১}{২x}=\frac{১}{২০}$ [এ ধরণের প্রশ্ন সমীকরণ সাজানো সময় অবশ্যই ভগ্নাংশ বানিয়ে সাজাতে হবে।]

$\Rightarrow \frac{২+২+১}{২x}=\frac{১}{২০}$

$\Rightarrow \frac{৫}{২x}=\frac{১}{২০}$

> **এভাবে ভগ্নাংশ না সাজিয়ে সমাধান করলে কি সমস্যা হবে??**
> ধরুন একজনকে একটি কাজ করতে ১০ দিন আরেকজনকে ১৫ দিন লাগে, তাহলে একসাথে কাজ করলে কি ১০+১৫ = ২৫ দিন লাগবে! অবশ্যই না। তাই ভগ্নাংশ বানিয়ে যোগ করলে ৬ দিন উত্তর আসবে। (অধ্যায়ের শুরুতে আলোচনা হয়েছে)
> একই ভাবে এই প্রশ্নে: x+x+2x = 20 লিখলে উপরের মত সমস্যা হবে।

$\Rightarrow$ ২x = ১০০ ∴x = ৫০ দিন, সুতরাং দ্রুত গতি সম্পন্ন একজনকে ৫০ দিন সময় লাগবে। **উত্তর: ৫০ দিন।**

নিজে করুন:

৬৫. ৩ জন শ্রমিক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। শ্রমিকদের ২ জনই ৩য় জন অপেক্ষা দ্বিগুণ গতিতে কাজ করতে পারে। দ্রুত গতি সম্পন্নদের ১ জনের ঐ কাজ একা করতে কত সময় লাগবে ? *[BB.Off: 2001]*

ক. ৩০ দিন খ. ৬০ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৫০ দিন **উত্তর:** ক

৬৬. করিম একটি কাজ রহিমের চেয়ে ৬০দিন কম সময়ে করতে পারে। করিমের কাজের গতি যদি রহিমের কাজের গতির ৩ গুণ হয় তবে করিম একা ঐ কাজ কতদিনে শেষ করতে পারবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১৫ খ. ২১ গ. ৩০ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** গ

সমাধান: **ধরি,** করিমকে লাগে = x দিন। তাহলে রহিমকে লাগবে ৩x দিন। (যার গতি কম তাকে বেশি দিন সময় লাগবে)

এখানে দিন না ধরে গতি ধরলে পরে অংকের হিসেব মেলানো কঠিন হবে তাই দিনকে ধরা উত্তম)

প্রশ্নমতে, ৩x-x = ৬০ (যেহেতু দুজনের লাগা সময়ের পার্থক্য = ৬০ দিন। এখানে ভগ্নাংশ আনার প্রয়োজন নেই)

$\Rightarrow$ ২x = ৬০ ∴x = ৩০ দিন। তাহলে করিমকে সময় লাগবে: ৩০ দিন। **উত্তর: ৩০ দিন।**

৬৭. পুলক আবিরের চেয়ে দ্বিগুণ দক্ষ এবং একই কাজ আবিরের চেয়ে ৭৫ দিন কম সময়ে করতে পারে। তারা উভয়ে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিস্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]*

সমাধান:

এখানে কাজের গতির ক্ষেত্রে : পুলক > আবির = ২ গুণ। তাহলে তাদের লাগা সময়ের ক্ষেত্রে আবির > পুলক = ২গুণ।

ধরি, কাজটিতে পুলককে সময় লাগে = x দিন (কাজের গতিকে না ধরে সময় কে ধরলে পরে হিসেব করা সহজ হবে।)

সুতরাং আবিরকে সময় লাগে = ২x দিন (যার গতি বেশি তাকে সময় কম লাগে।

প্রশ্নমতে, ২x - x = ৭৫ (কারণ দু জনের লাগা সময়ে পার্থক্য = ৭৫ দিন।)

∴ x = ৭৫ দিন।সুতরাং পুলক কে লাগে, ৭৫ দিন এবং আবিরকে লাগে ২×৭৫ = ১৫০ দিন।

পুলক ১ দিনে করে = $\frac{১}{৭৫}$ অংশ এবং আবির ১ দিনে করে = $\frac{১}{১৫০}$ অংশ

দুজনে মিলে ১ দিনে করে = $\frac{১}{৭৫}+\frac{১}{১৫০} = \frac{২+১}{১৫০}=\frac{৩}{১৫০}=\frac{১}{৫০}$ অংশ।

$\frac{১}{৫০}$ অংশ করতে সময় লাগে = ১ দিন।

সুতরাং ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ করতে সময় লাগে = ১×৫০ = ৫০ দিন।

উত্তর: ৫০ দিন।

> **Shortcut For MCQ**
> প্রথমে ২x-x = ৭৫ ∴ x = ৭৫
> এখন: $\frac{২x \times x}{২x+x}=\frac{২x}{৩}=\frac{২\times ৭৫}{৩}=৫০$

নিজে করুন:

৬৮. পুলক আবিরের চেয়ে দ্বিগুণ দক্ষ এবং একই কাজ আবিরের চেয়ে ৬০ দিন কম সময়ে করতে পারে। তারা উভয়ে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে ? *[আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯]*

ক. ৯০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৩০ **উত্তর:** গ

[**Hints:** হুবহু আগের অংকের মতই = $\frac{২x \times x}{২x+x}=\frac{২x}{৩}=\frac{২\times ৬০}{৩}$ = ৪০ দিন।]

৬৯. দুটি পাইপ A এবং B একযোগে ১২ ঘন্টায় একটি ট্যাঙ্ক পূর্ণ করতে পারে। A পাইপ B পাইপের ১০ ঘন্টা পূর্বে ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করতে পারে। B পাইপ দ্বারা ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ **উত্তর:** গ

সমাধান: *(এই ধরণের অংক লিখিত পরীক্ষায় আসতে পারে)*

ধরি, B পাইপ ট্যাংকটি পূর্ণ করতে পারে = x ঘন্টায় ∴ A পাইপ ট্যাংকটি পূর্ণ করতে পারে = (x-১০) ঘন্টায়

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x-১০}+\frac{১}{x} = \frac{১}{১২}$ [দুজনের ১ ঘন্টার কাজের অংশের যোগফল = $\frac{১}{১২}$ অংশ]

$\Rightarrow \frac{x+x-১০}{x(x-১০)}=\frac{১}{১২}$

$\Rightarrow x^২ - ১০x = ২৪x - ১২০$

$\Rightarrow x^২ -১০x - ২৪x + ১২০ = ০$

$\Rightarrow x^২ - ৩৪x + ১২০ = ০$

$\Rightarrow x^২ - ৩০x - ৪x + ১২০ = ০ \Rightarrow x(x - ৩০) - ৪(x - ৩০) = ০ \Rightarrow (x - ৩০)(x - ৪) = ০$

হয়, x – ৩০ = ০ অথবা, x - ৪ = ০

∴ x = ৩০ অথবা, x = ৪ (গ্রহনযোগ্য নয় কারণ B কে ৪ দিন লাগলে A কে ৪-১০ = -৬ দিন লাগবে যা সঠিক নয়)

সুতরাং B কে লাগবে = **৩০ ঘন্টা।**

উত্তর: ৩০ ঘন্টা।

> **মুখে মুখে:** এই অধ্যায়ের শুরুর Ratio Table হতে: A ও B এর মধ্যে পার্থক্য ১০ আছে এমন সংখ্যা দুটি = ২০:৩০ হলে একত্রে A+B কে লাগবে = ১২ ঘন্টা। সুতরাং পার্থক্য ১০ ঘন্টা এবং একত্রে লাগা সময় ১২ ঘন্টা দুটি শর্ত মিলে যাওয়ায় **B = ৩০ ঘন্টা ই উত্তর।**

(৫.গ) : Alternative time এ কাজ করা বোঝালে:

টিপস: **Alternative time** হলো একই দিনে দুজনে একসাথে কাজ না করে, একজনের পর আরেকজন কাজ করা, অর্থাৎ দুজনে একসাথে কাজ করলে যে কাজটা ১দিনেই শেষ হতো সে কাজটা ভিন্ন ভিন্ন দিনে করায় দিগুণ সময় লাগবে অর্থাৎ ২ দিন লাগবে। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান দেখুন।

৭০. **Two pipes A and B can fill a tank in 6 hours and 4 hours respectively; If they are opened on alternative hours and if pipe A is opened first, in how many hours, the tank shall be full?** (A ও B দুটি পাইপ যথাক্রমে ৬ ও ৪ ঘন্টা একটি ট্যাংক পূর্ণ করতে পারে। যদি পাইপ দুটি একটার পর আরেকটা কাজ করে এবং শুরুতে পাইপ A কে চালু করা হয়, তাহলে কত ঘন্টায় ট্যাংকটি পূর্ণ হবে?) *[janata bank (AEO)15]*

a. 4 b. 4.5 c. 5 d. 5.5 **Ans: c**

Solution:

(A+B) can fill in first (1+1) = 2 hours = $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2+3}{12}=\frac{5}{12}$ part.

(A+B) can fill next 2 hours = $\frac{5}{12}$ part. [এভাবে ২ ঘন্টা করে ভেঙ্গে ভেঙ্গে সময় ধরে না আগালে ভুল হতে পারে]

So, In first 4 hours the tank fill $=\frac{5}{12}+\frac{5}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ part. (কারণ ৬ ঘন্টা নিলে $\frac{15}{12}$ ভাগ হয়ে যেত, আবার সরাসরি ৫ঘন্টা ধরে হিসেব করলে ৫ম ঘন্টায় দুজনে অর্ধেক করে কাজ করতো। কিন্তু ৫ঘন্টায় শুধু পাইপ A চালু থাকে।)

Remaining part = $1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$ part. In 5^{th} hour A can fill $\frac{1}{6}$ part, So total time 4+1 = **5hours.**

বোঝার জন্য নিচের চিত্রটি দেখুন। আলাদা আলাদা করে ৫ ঘন্টা কাজ করলে কাজটি শেষ হবে।

প্রথম ঘন্টা	দ্বিতীয় ঘন্টা	তৃতীয় ঘন্টা	চতুর্থ ঘন্টা	পঞ্চম ঘন্টা
A	B	A	B	A

মনে রাখুন: ততদিন পর্যন্ত ধরতে হবে যত সময় ধরলে কাজের পরিমান ১অংশের সমান অথবা তার থেকে কম হবে।

৭১. **দুইটি মেশিন ৪০০০ পিস সাবান যথাক্রমে ৪ ও ৬ ঘন্টায় তেরি করতে পারে। একটি মেশিন প্রথম কাজ শুরু করল এবং ১ ঘন্টা পর তারা পালাক্রমে কাজ করতে লাগলো । এভাবে কাজ করে ৪০০০ পিস সাবান তৈরি করতে মোট কত সময় লাগেব?** *[DESCO জুনিয়র এ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)- ২০১৯]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা ২০ মিনিট গ. ৪ ঘন্টা ২০ মিনিট ঘ. ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

প্রথম মেশিন ৪ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ৪০০০ পিস

∴ " " ১ " " " " " $\frac{৪০০০}{৪}$ = ১০০০ পিস

আবার, ২য় মেশিন ৬ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ৪০০০ পিস

∴ " " ১ " " " " " = $\frac{৪০০০}{৬}=\frac{২০০০}{৩}$ পিস

২ টি মেশিন ১ম (১+১) = ২ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ১০০০ + $\frac{২০০০}{৩}$ পিস [পালাক্রমে বলায় ১+১ = ২ ঘন্টা]

$=\frac{৩০০০+২০০০}{৩}=\frac{৫০০০}{৩}$ পিস

প্রথম (২+২) = ৪ ঘন্টায় তৈরী করবে = $(\frac{৫০০০}{৩}+\frac{৫০০০}{৩}) = \frac{১০০০০}{৩}$ পিস [৬ ঘন্টা নিলে ৪০০০ এর বেশি হয়ে যাবে]

৪র্থ ঘন্টার পর অবশিষ্ট সাবান = ৪০০০- $\frac{১০০০০}{৩} = \frac{১২০০০-১০০০০}{৩} = \frac{২০০০}{৩}$

এখন ৫ম ঘন্টায় ১ম মেশিন ১০০০ পিস সাবান বানাতে পারে = ১ ঘন্টায়।

সুতরাং $\frac{২০০০}{৩}$ পিস সাবান বানাতে সময় লাগবে = $\frac{১}{১০০০} \times \frac{২০০০}{৩} = \frac{২}{৩}$ ঘন্টা $= \frac{২}{৩} \times ৬০$ = ৪০ মিনিট।

সুতরাং মোট সময় = ৪ ঘন্টা + ৪০ মিনিট = ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট। **উত্তর: ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট।**

(৫.ঘ): জোড়ায় জোড়ায় কাজ করা বোঝালে :

- **টিপস:** প্রথমে সবার কাজ যোগ করলে ২ক+২খ+২গ এর ১ দিনের কাজ বের হবে। এরপর ২ কমন নিয়ে শুধু ক, খ ও গ এর ১দিনের কাজ বের করে বাম পাশের ২ টাকা ডানে নিচে গুণ করতে হবে। এরপর ভগ্নাংশটাকে উল্টিয়ে দিলেই উত্তর বের হবে।

৭২. A এবং B একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। B এবং C কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। A এবং C কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। যদি তারা সবাই একত্রে কাজ করে তাহলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে? *[Sonali, Janata, Agr & Rup Bank Offi:-2008]*

ক. ২৫ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১০ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: (A+B) + (B+C) (A+C) এর ১ দিনের কাজ = $\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{২০} = \frac{১২}{৬০} = \frac{১}{৫}$

$\Rightarrow$২(A+B+C) এর একদিনের কাজ = $\frac{১}{৫}$

$\Rightarrow$ (A+B+C) এর একদিনের কাজ = $\frac{১}{৫\times২} = \frac{১}{১০}$

$\therefore$ (A+B+C) সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারবে = ১০ দিনে।

ব্যাখ্যা: যখন তিন জোড়া বা ৬ জন বা A, B. C এরা প্রত্যেকে দ্বিগুণ কাজ করে তখন সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে ৫দিন লাগে। তাহলে তিনজন বা A, B. C কাজটি শেষ করবে ৫× ২ = ১০ দিনে।

বিকল্প সমাধান: ১২, ১৫, এবং ২০ এর ল.সা.গু = ৬০ সুতরাং (A + B) : (B + C) : (A + C) = ৫ : ৪ : ৩
এখন, A+B+B+C+A+C = ৫+৪+৩ $\Rightarrow$ ২(A+B+C) = ১২ A+B+C = ৬ একত্রে সময় লাগবে =৬০÷৬ = ১০ দিন।

নিজে করুন:

৭৩. যদি A এবং B একত্রে একটি কাজ ১৮ দিনে শেষ করতে পারে, B এবং C শেষ করতে পারে ২৪ দিনে, এবং A ও C শেষ করতে পারে ৩৬ দিনে, তাহলে কতদিনে তিনজনে একত্রে কাজটি শেষ করতে পারবে?

ক. ১৬ খ. ১৫ গ. ১২ ঘ. ১০ **উত্তর: ক**

শিখে রাখুন: এভাবে সবার একত্রে কত সময় লাগবে তা না চেয়ে একজনের আলাদা আলাদা করে কত সময় লাগবে তা বের করতে বলা হলে, তিনজনের ১ দিনের করা কাজ থেকে যে কোন ২ জনের ১ দিনের করা কাজ বাদ দিলে ৩য় জনের একদিনর কাজ বের হবে। যেমন: এই প্রশ্নটিতে A কে সম্পূর্ণ কাজটি করতে সময় লাগবে (A+B+C)-(B+C) = $\frac{১}{১৬}-\frac{১}{২৪} = \frac{১}{৪৮}$ = ৪৮

৭৪. A + B একত্রে কাজ ৭২ দিনে করে। B + C একত্রে ঐ কাজটি ১২০ দিনে করে। A + C একত্রে ঐ কাজটি ৯০ দিনে করে। A একা কতদিনে ঐ কাজটি করতে পারবে? [Help: ৭২,১২০ এবং ৯০ এর ল.সা.গু = ৩৬০]

ক. ৮০ দিন খ. ১০০ দিন গ. ১২০ দিন ঘ. ১৫০ দিন **উত্তর: গ**

[**Hints:** (A+B+C) এর ১ দিনের কাজ - (B+C) এর ১ দিনের কাজ = A এর ১ দিনের কাজ। ভগ্নাংশ উল্টালে উত্তর।]

৭৫. অরিন একটি কাজ ২০ দিনে, ওয়াফি ৩০ দিনে এবং কফিল ৬০ দিনে করতে পারে। ওয়াফি ও কফিল একত্রে যদি প্রত্যেক তৃতীয় দিন অরিনকে সাহায্যে করে, তবে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হবে? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

ক. ৮ দিন খ. ১০ দিন গ. ১৫ দিন ঘ. ২০ দিন **উত্তর:** গ

সমাধান: একত্রে ৩ দিন করে $= \left(\frac{৩}{২০}+\frac{১}{৩০}+\frac{১}{৬০}\right) = \left(\frac{৯+২+১}{৬০}\right) = \frac{১২}{৬০} = \frac{১}{৫}$ অংশ

একত্রে $\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ করতে লাগে $=$ ৩ দিন

" ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ করতে লাগে $= (৩\times৫) =$ **১৫ দিন।** **উত্তর: ১৫ দিন।**

[**Note:** এই রকমের অংকগুলো সব এভাবে করা যাবে না। কারণ প্রতি ৩ দিন পর পর হিসেব করলে কাজের পরিমাণ সমান হবে । কিন্তু ৩দিনের পর ৪র্থ দিনের কাজ বা ৮ম দিনের কাজ এগুলো প্রথম ৩ দিনের গড় কাজের সমান হবে না। কেননা ৩ নম্বর দিনে সবাই কাজ করায় বেশি কাজ হয় কিন্তু অন্য দিনগুলোতে কাজ কম হয়। এখানে সরাসরি করা গেলো কারণ এখানে ৩ এর গুণিতক ১৫ ই উত্তর অর্থাৎ যে ৩ দিন সমান কাজ হয় এরকম ৫টা ৩দিন মিলে কাজটা শেষ হয়ে গেছে।]

৭৬. A ও B একটি কাজ একত্রে ১২ দিনে করতে পারে। এই কাজটি B এবং C একত্রে ১৬ দিনে করতে পারে। কাজটি A ৫ দিন করার পর B ৭দিন করে। অবশিষ্ট কাজ C ১৩ দিনে শেষ করে। C এর একাকী কাজটি করতে কতদিন সময় লাগবে? *[CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ১৬ দিন খ. ২৪ দিন গ. ৩৬ দিন ঘ. ৪৮ দিন **উত্তর:** খ

সমাধান:

এখানে, A এর ৫ দিনের কাজ+ B এর ৭ দিনের কাজ+C এর ১৩ দিনের কাজ = ১ অংশ

$\Rightarrow$ (A ও B) এর ৫ দিনের কাজ + (B ও C) এর ২ দিনের কাজ + C এর ১১ দিনের কাজ = ১ অংশ

[(A ও B) এর একসাথে কাজের সময় দেয়া আছে তাই A এর কাজের দিনকে B এর সাথে যুক্ত করলে মান বসানো যাবে]

$\Rightarrow \frac{৫}{১২}+\frac{২}{১৬}+$ C এর ১১ দিনের কাজ = ১ অংশ

$\Rightarrow$ C এর ১১ দিনের কাজ $= ১-\left(\frac{৫}{১২}+\frac{২}{১৬}\right) = ১-\left(\frac{২০+৬}{৪৮}\right) = ১-\frac{২৬}{৪৮} = ১-\frac{১৩}{২৪} = \frac{১১}{২৪}$ অংশ

$\Rightarrow$ C এর ১ দিনের কাজ $= \frac{১১}{২৪\times১১} = \frac{১}{২৪}$ অংশ $\therefore$ C একাই করতে পারে = **২৪ দিনে** **উত্তর: ২৪ দিন।**

(৫.৬): পারিশ্রমিক বন্টন করা বোঝালে:

টিপস: কাজের পরে টাকা ভাগের প্রশ্ন আসলে প্রথমে যে বিষয়টি মনে রাখতে হবে যে, কে কতটুকু কাজ করেছে। যে যতটুকু কাজ করবে সর্বমোট টাকার তত অংশই সে পাবে। এক্ষেত্রে কে বেশি দক্ষ বা কম সময়ে কাজ করতে পারে এটা গুরুত্বপূর্ণ নয় বরং মোট কাজের যত অংশ সে করেছে সেটা হিসেবে টাকা পাবে।

৭৭. রিয়া একটি কাজ ২০ দিনে এবং লিয়া তা ৩০ দিনে করতে পারে। তারা একদিনে একত্রে কাজ করে ৩০০ টাকা পায়। রিয়া কত টাকা পাবে?

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১২০ টাকা ঘ. ১৮০ টাকা **উত্তর:** ঘ

সমাধান: এখানে রিয়া ও লিয়ার একদিনের কাজের অনুপাত $= \frac{১}{২০} : \frac{১}{৩০} = \frac{১}{২০}\times ৬০ : \frac{১}{৩০}\times৬০ = ৩ : ২$

[অর্থাৎ মোট কাজটি ৫ একক হলে রিয়া করবে ৩ একক এবং লিয়া করবে ২ একক। তাহলে টাকাও সেভাবে পাবে]

এখন, ৩০০ টাকাকে ৩:২ অংশে ভাগ করলে রিয়া পাবে, ৩০০ এর $\frac{৩}{৩+২} = ৩০০\times\frac{৩}{৫} =$ **১৮০ টাকা।**

☞**লজিক:** যে কম দিনে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করে সে যদি বেশি দিনে শেষ করতে পারা কারো সাথে একত্রে ১দিন কাজ করে তাহলে তার কাজের পরিমাণ বেশি হবে এবং সে বেশি টাকা পাবে।] [**অংকগুলো ল.সা.গু টেকনিকেও করতে পারেন**]

৭৮. P এবং Q একটি কাজ ৮০ দিনে ৬৪০০০ টাকা নির্মাণ করে দিবে বলে চুক্তি করল এবং ৫০দিন পর P চলে গেল। বাকি কাজ Q একাকী ৬০ দিনে শেষ করল। P মজুরি বাবদ কত টাকা পাবে? *[DPDC-এর (সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট:)-২০২১]*

ক. ৩৬,০০০ খ. ৩২,০০০ গ. ২৪,০০০ ঘ. ২০,০০০ **উত্তর: ঘ**

✍**সমাধান:** (P ও Q) ১ দিনে করে কাজের = $\frac{১}{৮০}$ অংশ

(P ও Q) ৫০ দিনে করে কাজের = $\frac{১\times৫০}{৮০} = \frac{৫}{৮}$ অংশ $\therefore$ অবশিষ্ট অংশ = ১ - $\frac{৫}{৮}$ = $\frac{৩}{৮}$ অংশ

Q একাকী $\frac{৩}{৮}$ অংশ কাজ করতে পারে = ৬০ দিনে

$\therefore$ Q " ১ বা সম্পূর্ণ " " " " = ৬০ × $\frac{৮}{৩}$ দিনে = ১৬০ দিনে ।

Q মোট কাজ করেছে = ৫০+৬০ = ১১০ দিন।

সুতরাং Q, ১১০ দিনে করেছে = $\frac{১১০}{১৬০} = \frac{১১}{১৬}$ অংশ। (Q পাবে মোট টাকার $\frac{১১}{১৬}$ অংশ কারণ এতটুকু কাজ সে করেছে)

সুতরাং P করেছে = ১- $\frac{১১}{১৬} = \frac{৫}{১৬}$ অংশ। সুতরাং P পাবে ৬৪০০০× $\frac{৫}{১৬}$ = **২০, ০০০ টাকা।**

৭৯. একটি কাজ A, ১০ দিনে এবং B , ১৫ দিনে করতে পারে, তারা দুজনে একটি কাজ ৫ দিন করার পর অবশিষ্ট কাজ C ২ দিনে শেষ করলো। যদি তারা মোট ৪৫০০ টাকা মজুরি পায় । তাহলে কে কত টাকা পাবে?

✍**সমাধান:** A, এবং B প্রত্যেকে প্রথমে ৫ দিনে যত অংশ করে কাজ করেছে টাকা ভাগ করার সময় মোট টাকার ঠিক তত অংশ ই পাবে। A করেছে $\frac{৫}{১০} = \frac{১}{২}$ অংশ, B করেছে $\frac{৫}{১৫} = \frac{১}{৩}$ অংশ, সুতরাং C করেছে = ১ $-(\frac{১}{২}+\frac{১}{৩}) = \frac{১}{৬}$ অংশ।

$\therefore$ A পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{২}$ = **২২৫০**, B পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{৩}$ = **১৫০০** এবং C পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{৬}$ = **৭৫০**

উত্তর: A = ২২৫০ , B = ১৫০০ এবং C = ৭৫০ টাকা।

[☞**পরামর্শ:** এখানে যারা উপরের সাধারণ অংকগুলোর মত শেষের ২ নিয়ে আগে ভাবা শুরু করবেন তাদের কাছে এলোমেলা হয়ে যাবে, কারণ শেষে C যে ২ দিন কাজ করেছে সেই ২ দিন সংখ্যাটা কোন কাজেই লাগলো না কারণ মোট কাজ থেকে A এবং B এর কাজের অংশ বাদ দিলে C এর কাজ কাজের অংশ বের হয় । তারপর কাজের হিসেবে সমান সমান টাকা ভাগ)

নিজে করুন:

৮০. A একটি কাজ ১০ দিনে এবং B ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে ৫দিন কাজ করে। অবশিষ্ট কাজ C, ২ দিনে শেষ করে। যদি তারা মোট ১৫০০ টাকা মজুরি পায় তাহলে B এর দৈনিক মজুরি কত?

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১২০ টাকা ঘ. ১৮০ টাকা **উত্তর:** ক

[**Hints:** অনুপাত বের করে টাকা ভাগ করে দিলে B যে টাকা পাবে তাকে ৫ দিয়ে ভাগ করলে দৈনিক মজুরী বের হবে]

======⇔========⇔========⇔========⇔========

Practice Part

১. দুই ব্যক্তি একত্রে একটি কাজ ১৬ দিনে করতে পারে। প্রথম ব্যক্তি কাজটি একাকি ২৪ দিনে করতে পারলে দ্বিতীয় ব্যক্তিকে কাজটি করতে কত দিন সময় লাগবে?
ক. ২৮ খ. ৩৮ গ. ৪৮ ঘ. ৫২

২. একটি চৌবাচ্চা দুটি নল আছে। প্রথম নল ৪০ সেকেন্ডে চৌবাচ্চাটি ভর্তি করে এবং অপর নল ৬০ সেকেন্ডে চৌবাচ্চাটি খালি করে। নল দুটি একত্রে খুলে দিলে কতক্ষণে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে?
ক. ১০০ সেকেন্ডে খ. ৩০ সেকেন্ডে গ. ৯০ সেকেন্ডে ঘ. ১২০ সেকেন্ডে

৩. একটি নল খালি চৌবাচ্চাকে ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে ও অপর একটি নল ১২ মিনিটে খালি করে। অর্ধ পানিপূর্ণ অবস্থায় নল দুটি একসাথে খুলে দিলে কত সময়ে চৌবাচ্চাটি খালি হবে? *[প্রাক-প্রাথমিক (সহ: শিক্ষক) -২০১৩]*
ক. ৪৬ মিনিট খ. ৩৬ মিনিট গ. ২৪ মিনিট ঘ. ১৮ মিনিট

৪. A ও B নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চাকে যথাক্রমে ৬ মিনিটে ও ১২ মিনিটে ভর্তি করা যায় এবং C নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৮ মিনিটে খালি হয়। তিনটি নল একসঙ্গে চালু করলে কতক্ষণে শূন্য চৌবাচ্চা পূর্ণ হবে?
ক. ২ খ. ৪ গ. ১২ ঘ. ৮

৫. একটি চৌবাচ্চা পানি ভর্তি হতে সময় লাগে ৮ ঘন্টা। কিন্তু চৌবাচ্চার তলায় ছিদ্র থাকার কারণে তা ভর্তি হতে আরো ২ ঘন্টা বেশি সময় লাগে। যদি চৌবাচ্চাটি ভর্তি থাকে তাহলে ওই ছিদ্র দিয়ে তা খালি হতে কত সময় লাগবে?
ক. ১৬ ঘন্টা খ. ২০ ঘন্টা গ. ৩২ ঘন্টা ঘ. ৪০ ঘন্টা

৬. A এবং B একত্রে একটি কাজ শেষ করতে পারে ১৫ দিনে, A হচ্ছে ৫০% বেশি দক্ষ B-এর চেয়ে। তাহলে A একক ভাবে কাজটি শেষ করতে পারবে কত দিনে?
ক. ২০ দিনে খ. ২১ দিনে গ. ২১.৪ দিনে ঘ. ২৫ দিনে

৭. A-এর একটি কাজ করতে B-এর দ্বিগুণ সময় লাগে এবং C-কে B-এর ৩গুণ সময় লাগে । তারা ৩ জন একত্রে ১২ দিনে কাজটি সম্পন্ন করে। তাহলে A-এর একা ঐ কাজটি করতে কতদিন সময় লাগবে?
ক. ২০ দিন খ. ২২ দিন গ. ৩৩ দিন ঘ. ৪৪ দিন

৮. পাইপ A একটি ট্যাঙ্ক ২০ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে। পাইপ B, ৬০ মিনিটে ভর্তি করে ট্যাঙ্কটি; ১০ মিনিট ধরে A এবং B পাইপ চালিয়ে রাখার পর পাইপ A বন্ধ করা হল। তবে ট্যাঙ্কটি কত সময়ে পূর্ণ হবে?
ক. ১০ মিনিট খ. ৩০ মিনিট গ. ২০ মিনিট ঘ. ৪০ মিনিট

৯. A ও B একটি কাজ ১২ দিনে করে। B ও C কাজটি ২০ দিনে করে। C ও A কাজটি ৩০ দিনে করে। যদি A, B ও C একসঙ্গে কাজটি করে, তবে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?
ক. ৫০ দিনে খ. ৭ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১৫ দিন

১০. একটি ট্যাংক দুটি নল দ্বারা যথাক্রমে ২০ ও ২৪ মিনিটে পূর্ণ হয়। এবং একটি পানি ব্যবহারের পাইপ দ্বারা প্রতি মিনিটে ৩ গ্যালন পানি বের হয়ে যায়। যদি তিনটি পাইপ ই একসাথে চালু থাকে তাহলে ট্যাংকটি ১৫ মিনিটে পূর্ণ হয়। ট্যাংকটির ধারণ ক্ষমতা কত?
ক. ১২০ লিটার খ. ২০০ লিটার গ. ২৪০লিটার ঘ. ৩০০লিটার

১১. A-একটি কাজ ২৬ দিনে করতে পারে, B ঐ কাজ ৩৯ দিনে করতে পারে। যদি তারা একত্রে কাজ করে, তাহলে প্রথম ব্যক্তির মজুরী দ্বিতীয় ব্যক্তির মজুরীর চেয়ে শতকরা কত বেশী হবে?
ক. ২৫% খ. ৩৫% গ. ১৫% ঘ. ৫০%

১২. A একটি কার্য ২ দিনে করতে পারে এবং B এ কাজ ৩ দিনে করতে পারে। তারা দুজনে একত্রে কাজ করে ৬০০০ টাকা মজুরী পায়, তাহলে A-এর মজুরীর ২০% কত হবে?
ক. ৭২০ টাকা খ. ৩৫০ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৪২০ টাকা

Only Answers

১.	গ	২.	ঘ	৩.	ঘ	৪.	ঘ	৫.	ঘ	৬.	ঘ
৭.	ঘ	৮.	খ	৯.	গ	১০.	ক	১১.	ঘ	১২.	ক

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. **সমাধান:** কাজটি করতে ২য় ব্যক্তির সময় লাগবে = $\left(\frac{১৬\times২৪}{২৪-১৬}\right)=\left(\frac{১৬\times২৪}{৮}\right)=$ **৪৮ দিন।**

২. **সমাধান:** $\left(\frac{৪০\times৬০}{৬০-৪০}\right)=\left(\frac{৪০\times৬০}{২০}\right)=$ **১২০ সেকেন্ডে।**

৩. **সমাধান:** অর্ধপূর্ণ চৌবাচ্চাটি খালি করতে সময় লাগবে = $\left(\frac{১৮\times১২}{১৮-১২}\right)\times\frac{১}{২}=$ **১৮ মিনিট।**

৪. **সমাধান:** A, B ও C নল ৩টি দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $=\frac{১}{৬}+\frac{১}{১২}-\frac{১}{৮}=\frac{৪+২-৩}{২৪}=\frac{৩}{১২}=\frac{১}{৪}$ অংশ।

সুতরাং, $\frac{১}{৮}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ মিনিটে $\therefore$ শূন্য চৌবাচ্চা পূর্ণ হয় = ৮ মিনিটে। **উত্তর: ৮ মিনিট।**

৫. **সমাধান:** এক ঘন্টায় **চৌবাচ্চাটি** খালি হয় $=\frac{১}{৮}-\frac{১}{১০}=\frac{৫-৪}{৪০}=\frac{১}{৪০}$ । $\therefore$ছিদ্রটি **চৌবাচ্চাটিকে** খালি করে **৪০ ঘন্টায়।**

৬. **সমাধান:**

A এবং B-এর ১ দিনের কাজের অনুপাত ১৫০:১০০= ৩:২ [যে বেশি দক্ষ সে বেশি কাজ করে এখানে A = ৩ ও B = ২]

A ও B একত্রে ১ দিনে করে $\frac{১}{১৫}$ $\therefore$ A-এর একদিনের কাজ = $\frac{১}{১৫}\times\frac{৩}{৫}=\frac{১}{২৫}$ [মোট কাজ ৩+২ = ৫টির মধ্যে A= ৩]

সুতরাং A এককভাবে কাজটি শেষ করবে **২৫ দিনে।** **[ভগ্নাংশ আকারেও করা যায়। কিন্তু এভাবে বেশি সহজ।]**

৭. **সমাধান:** ধরি, B = x দিন। তাহলে A = ২x দিন। এবং C = ৩x দিন।

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x}+\frac{১}{২x}+\frac{১}{৩x}=\frac{১}{১২}\Rightarrow\frac{৬+৩+২}{৬x}=\frac{১}{১২}\Rightarrow ৬x=১১\times১২ \therefore x=২২$ সুতরাং A = ২×২২ = **৪৪ দিন**

৮. **সমাধান:** ১০ মিনিটে (A+B) পানি ভরে = $১০\times\left(\frac{১}{২০}+\frac{১}{৬০}\right)$অংশ $=১০\times\left(\frac{৩+১}{৬০}\right)$ অংশ $=\frac{১০}{১৫}=\frac{২}{৩}$ অংশ

B পাইপ পূর্ণ করে, বাকী = $১-\frac{২}{৩}=\frac{১}{৩}$ অংশ। $\therefore$ সময় লাগে = $৬০\times\frac{১}{৩}$ = ২০ সুতরাং মোট সময় =২০+১০ = **৩০মিনিট।**

৯. **সমাধান:** (A+B) + (B+C) (A+C) এর এক দিনের কাজ = $\frac{১}{১২}+\frac{১}{২০}+\frac{১}{৩০}=\frac{৫+৩+২}{৬০}=\frac{১০}{৬০}=\frac{১}{৬}$

$\Rightarrow$২(A+B+C) এর এক দিনের কাজ $=\frac{১}{৬}$ $\therefore$(A+B+C) এর এক দিনের কাজ $=\frac{১}{১২}$ সুতরাং একত্রে লাগবে = **১২ দিন**

১০. **সমাধান:** $\frac{১}{১৫}-(\frac{১}{২০}+\frac{১}{২৪})=-\frac{১}{৪০}$ $\therefore$খালি হবে ৪০ মিনিটে। প্রতি মিনিটে ৩ গ্যালন হিসেব ৪০×৩ = **১২০ গ্যালন**

১১. **সমাধান:** A এবং B এর লাগা সময়ের অনুপাত = ২৬:৩৯ = ২:৩। সুতরাং তাদের দক্ষতার অনুপাত হবে ৩:২।
যেহেতু ১ম ব্যক্তি ২য় ব্যক্তির থেকে দেড়গুণ বা ১৫০% দক্ষ তাহলে প্রথম জন শতকরা বেশি মজুরী পাবে = **৫০%** ।

১২. ✍সমাধান: A এবং B এর লাগা সময়ের অনুপাত = ২:৩। সুতরাং তাদের দক্ষতরা অনুপাত হবে ৩:২।

তাহলে A এর প্রাপ্ত মজুরীর পরিমাণ হবে $= ৬০০০ \times \frac{৩}{৩+২} = ৬০০০ \times \frac{৩}{৫} = ৩৬০০$ টাকা।

সুতরাং A এর মজুরীর ২০% = ৩৬০০ এর ২০% = **৭২০ টাকা।**

Model Test

পূর্ণমান: ১০ **সময়: ১০মিনিট**

১. **যদি কোন কাজ আলাদাভাবে সম্পন্ন করতে আজিজের ৪৫ মিনিট এবং সৌরভের ৩০ মিনিট সময় লাগে, তবে উভয়ের একত্রে কত মিনিট কাজটি করবে?**

ক. ১৫ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ১৪

২. **ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। খ একা কাজটি ১৪ দিনে শেষ করতে পারলে ক একা কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?**

ক. ৩৫দিনে খ. ৩৯দিনে গ. ২৫দিনে ঘ. ৩০দিনে

৩. **একটি নল খালি চৌবাচ্চাকে ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে, অপর একটি নল ১২ মিনিটে খালি করে। অর্ধপূর্ণ থাকা অবস্থায় নল দুটি একসাথে খুলে দিলে কত সময়ে চৌবাচ্চাটি খালি হবে?**

ক. ১৬মি খ. ২০মি গ. ২৪মি ঘ. ১৮মি

৪. **ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ কারার পর "ক" চলে গেল । বাকী কাজ "খ" কতদিনে শেষ করতে পারবে?**

ক. ১০দিনে খ. ৮দিনে গ. ৬দিনে ঘ. ৫দিনে

৫. **১টি চৌবাচ্চা ৬ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তলায় ছিদ্র থাকায় তা পূর্ণ হতে ২ ঘন্টা সময় বেশি লাগে। পূর্ণ চৌবাচ্চাটি ছিদ্র দিয়ে কতক্ষণে খালি হবে?**

ক. ২৪ ঘন্টায় খ. ২০ ঘন্টায় গ. ২৬ ঘন্টায় ঘ. ২৭ ঘন্টায়

৬. **একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দ্বারা যথাক্রমে ৫, ১০ ও ৩০ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?** *[প্রবাসী কল্যাণ ব্যাংক- (এসইও)-২০১৪]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

৭. **সম্পূর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দ্বারা ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। আবার দ্বিতীয় একটি পাইপ দ্বারা চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে ৩ ঘন্টা সময় লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{১}{৩}$ অংশ পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে?**

ক. $\frac{৫}{৮}$ ঘন্টা খ. $\frac{৫}{৪}$ ঘন্টা গ. $\frac{৪}{৫}$ ঘন্টা ঘ. $\frac{৮}{৫}$ ঘন্টা

৮. **ক একটি কাজ ২০ দিনে এবং খ ঐ কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে কাজ শুরু করার ৮ দিন পর ক চলে গেলো। বাকি কাজ খ একা কত দিনে শেষ করতে পারবে?**

ক. ১২দিন খ. ৮দিন গ. ৪ দিন ঘ. ৬দিন

৯. **একটি কার্য সম্পন্ন করতে B-এর চেয়ে A-এর ৫০% সময় বেশী লাগে। তারা দুজনে একত্রে কাজটি ১৮ দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তাহলে B একা কতদিনে সম্পন্ন করবে?**

ক. ৩০ দিন খ. ৩৫ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৪৫ দিন

১০. **A একটি কার্য ৩ দিনে করতে পারে, B ৪ দিনে ঐ কাজ করতে পারে। যদি তারা একত্রে কাজ করে ২৮০০ টাকা মজুরী পায়, তাহলে A কত পাবে?**

ক. ১২০০ টাকা খ. ১৫০০ টাকা গ. ১৩০০ টাকা ঘ. ১৬০০ টাকা

Only Answers

১.	গ	২.	ক	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	খ	৭.	ক	৮.	গ	৯.	ক	১০.	ঘ

======⇔=======⇔=======⇔=======⇔=======

লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

১. 'ক' একটি কাজ ৪০ দিনে করতে পারে। সে ৫ দিন কাজ করার পর 'খ' বাকি কাজ ২১ দিনে শেষ করলো। প্রথম হতে দুজনে একত্রে কাজটি আরম্ভ করলে কত দিনে শেষ করতে পারত? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৮ (লিখিত)]*

সমাধান: ক ৪০ দিনে করে = ১ অংশ

ক ৫ দিনে করে = $\frac{১}{৪০} \times ৫ = \frac{১}{৮}$ অংশ। $\therefore$ কাজ অবশিষ্ট রইল = ১-$\frac{১}{৮} = \frac{৮-১}{৮} = \frac{৭}{৮}$ অংশ

এখন খ ২১ দিনে করে = $\frac{৭}{৮}$ অংশ $\therefore$ খ ১ দিনে করে = $\frac{৭}{৮ \times ২১} = \frac{১}{২৪}$ অংশ

ক ও খ ১ দিনে করে = $\frac{১}{৪০} + \frac{১}{২৪}$ অংশ = $\frac{৬+১০}{২৪০} = \frac{১৬}{২৪০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore$ ক ও খ ১ম থেকে একত্রে কাজটি আরম্ভ করলে কাজটি শেষ করতে পারবে **১৫ দিনে**। **উত্তর: ১৫ দিন।**

২. একটি পিপায় তিনটি নল আছে। প্রথম দুইটি দ্বারা যথাক্রমে ১০ মিনিটে ও ১৫ মিনিটে পিপাটি পূর্ণ হয় এবং তৃতীয়টি দ্বারা ২০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপা পানি শূন্য হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে ৫ মিনিট পর তৃতীয় নলটি বন্ধ করা হলো। কত সময়ে পিপাটি পূর্ণ হবে? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৯ (লিখিত)]*

সমাধান: তিনটি নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০}\right) = \frac{৬+৪-৩}{৬০} = \frac{৭}{৬০}$ অংশ

" " " ৫ " " " = $৫ \times \frac{৭}{৬০} = \frac{৭}{১২}$ অংশ

$\therefore$ অবশিষ্ট কাজ = $\left(১ - \frac{৭}{১২}\right)$ অংশ = $\frac{১২-৭}{১২} = \frac{৫}{১২}$ অংশ

আবার, প্রথম নল ২টি দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫} = \frac{৩+২}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ অংশ

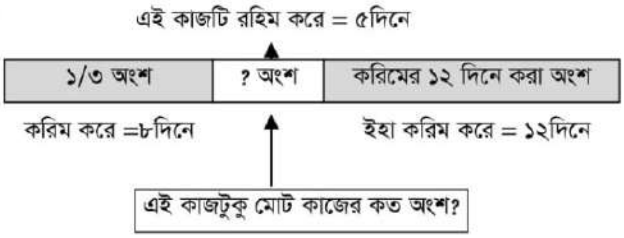
$\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে

$\therefore$ ১ " " " = ১ × ৬ "

$\therefore$ $\frac{৫}{১২}$ " " " = $\frac{৬ \times ৫}{১২}$ " = ২$\frac{১}{২}$ মিনিটে **উত্তর: ২$\frac{১}{২}$ মিনিট।**

৩. করিম একটি কাজের $\frac{১}{৩}$ অংশ ৮ দিনে করে চলে গেল। এরপর রহিম কাজে যোগ দিল এবং সে ৫ দিন কাজ করে চলে গেল। বাকি কাজ করিম ১২ দিনে শেষ করলো। রহিম একা সম্পূর্ণ কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারতো? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৭ (লিখিত)]*

সমাধান: করিম মোট কাজ করে = ৮+১২ = ২০ দিন।



এখন করিম ৮ দিনে করে = $\frac{১}{৩}$ অংশ

∴ করিম ১ দিনে করে = $\frac{১}{৩\times৮}$ অংশ

∴ করিম ২০ দিনে করে = $\frac{২০}{৩\times৮} = \frac{৫}{৬}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ = ১- $\frac{৫}{৬}$ অংশ = $\frac{১}{৬}$ অংশ । এই অবশিষ্ট কাজটিই রহিম ৫ দিনে করেছে। (চিত্রে দেখুন)

> **MCQ:** শুধু ভগ্নাংশগুলো লিখে হিসেব করলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে।

রহিম $\frac{১}{৬}$ অংশ করে = ৫দিনে

∴" ১ " " = ৫×৬ = ৩০দিনে।

উত্তর: ৩০ দিন।

৪. **সেন্টু ও সোহেল যথাক্রমে ২০ দিনে ও ৩০ দিনে একটি জমির ধান কাটতে পারে। তারা একত্রে ৭ দিনে কাজ করার পর উভয়েই চলে গেল। বাকি কাজ ফারুক ১০ দিনে শেষ করল। সম্পূর্ণ কাজটি একা করতে ফারুকের কত দিন লাগবে?** *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৮ (লিখিত)]*

সমাধান:

> **For MCQ:** $\frac{৭}{২০}+\frac{৭}{৩০}=\frac{৭}{১২}$ অবশিষ্ট $\frac{৫}{১২}$ = ১০ দিন হলে পুরো কাজ = $\frac{১০\times১২}{৫}$ = **২৪ দিন।**

> **বিকল্প:** ধরি ফারুক সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারে = x দিনে
> **প্রশ্নমতে,** $\frac{৭}{২০}+\frac{৭}{৩০}+\frac{১০}{x}=১$ ∴ x = **২৪ দিন।**

সেন্টু ২০ দিনে কাটতে পারে = ১ অংশ জমির ধান

∴ " ১ " " " = $\frac{১}{২০}$ অংশ " "

একইভাবে,

সোহেল ৩০ দিনে কাটতে পারে = ১ অংশ জমির ধান

∴ " ১ " " " = $\frac{১}{৩০}$ অংশ " "

এখন, সেন্টু ও সোহেল একত্রে ১ দিনে কাটতে পারে = $\frac{১}{২০}+\frac{১}{৩০}=\frac{৩+২}{৬০}=\frac{৫}{৬০}=\frac{১}{১২}$ অংশ

∴ সেন্টু ও সোহেল ৭ দিনে কাটতে পারে = $৭\times\frac{১}{১২}=\frac{৭}{১২}$ অংশ । সুতরাং অবশিষ্ট কাজ = $১-\frac{৭}{১২}=\frac{৫}{১২}$ অংশ

ফারুক $\frac{৫}{১২}$ অংশ জমির ধান কাটে = ১০ দিনে ∴ পুরো জমির ধান কাটে = $\frac{১০\times১২}{৫}$ = ২৪ দিনে **উত্তর: ২৪ দিনে।**

নিজে করুন:

৫. **ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায় । বাকি কাজটুকু খ ৬ দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?** *[২০তম বিসিএস লিখিত]* **উত্তর: ১০দিন**

৬. **একটি চৌবাচ্চার দুটি নল দ্বারা পানি প্রবেশ করতে পারে। প্রথম নলটি ৯ ঘন্টায় এবং দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। উভয় নল দ্বারা কয়েক ঘন্টা পানি প্রবেশ করার পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়া হয়। দ্বিতীয় নলটি পরবর্তী ২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করে। চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হয়েছিল?** *[পরিদর্শন ও নিরিক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]*

[**Hints:** ধরি মোট x ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়। প্রশ্নমতে, $\frac{x-২}{৯}+\frac{x}{১২}$ = ১ অংশ । সমাধান করে x = ৬$\frac{২}{৭}$ **ঘন্টা**]

৭. **একটি চৌবাচ্চা দুইটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০ ঘন্টায় ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেয়ার কিছুক্ষণ পরে প্রথম নলটি বন্ধ করে দেওয়া হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটির বাকী অংশ ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। প্রথম নল কত সময় পরে বন্ধ করা হয়েছিল?** *[৯ম-১০ম শ্রেণি ১৯৮৩ সংস্করণ]* **উত্তর: ৪ ঘন্টা**

৮. **একটি কাজ ক ও খ ১০ দিনে, খ ও গ ১৫ দিনে এবং ক ও গ ১২ দিনে করতে পারে। ক, খ ও গ একত্রে কত দিনে কাজটি করতে পারে?** *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৭ (লিখিত)]*

সমাধান: (ক+খ)+(খ+গ)+(ক+গ) ১ দিনে করবে = $(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১২})$অংশ $=\frac{৬+৪+৫}{৬০}=\frac{১৫}{৬০}=\frac{১}{৪}$ অংশ

বা, ২(ক+খ+গ) ১ দিনে করবে = $\frac{১}{৪}$ অংশ বা, (ক+খ+গ)১ দিনে করবে $=\frac{১}{৪\times২}=\frac{১}{৮}$ অংশ

এখন, ক, খ ও গ একত্রে $\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ শেষ করে = ১ দিনে

∴ ক, খ ও গ সম্পূর্ণ বা ১ " " " " = ৮ দিনে। **উত্তর: ৮দিন।**

৯. **ক একটি কাজ ৩০ দিনে, খ ১৫ দিনে এবং গ ১০ দিনে করতে পারে। প্রতি ২য় দিনে খ এবং প্রতি ৩য় দিনে গ, ক-কে সাহায্য করলে ঐ কাজটি কত দিনে শেষ হবে?** *[বাংলাদেশ কৃষি ব্যাংক: সিনিয়র অফিসার-২০১৫]*

সমাধান: যেহেতু ক কে খ দুদিন পর পর এবং গ তিন দিন পর পর সাহায্য করে, তাহলে ২ ও ৩ এর ল.সা.গু বের করলে একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে ক কে, কে কতদিন সাহায্য করবে তা সহজেই বোঝা যাবে। ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬।
সুতরাং কাজটির প্রথম ৬দিনে ক করে ৬দিন, খ সাহায্য করে = ৬÷২ = ৩দিন, এবং গ সাহায্য করে = ৬÷৩ = ২ দিন।
তাহলে প্রথম ৬ দিনে মোট কাজ হবে

তাহলে প্রথম ৬ দিনে মোট কাজ হবে $=\frac{৬}{৩০}+\frac{৩}{১৫}+\frac{২}{১০}=\frac{১}{৫}+\frac{১}{৫}+\frac{১}{৫}=\frac{১+১+১}{৫}=\frac{৩}{৫}$ অংশ ।

অবশিষ্ট কাজ = ১-$\frac{৩}{৫}=\frac{২}{৫}$ অংশ। (এখন তাদের আবার ৬ দিনের কাজ বের না করে ৩ দিনে বের করতে হবে)

পরবর্তী ৩ দিনে মোট কাজ হয় $=\frac{৩}{৩০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০}=\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০}=\frac{৮}{৩০}=\frac{৪}{১৫}$ অংশ ।

এখন (৬+৩) = ৯ দিনে মোট কাজ হল = $\frac{৩}{৫}+\frac{৪}{১৫}=\frac{৯+৪}{১৫}=\frac{১৩}{১৫}$ অংশ ।

১০ম দিনে ক করে ১দিন এবং ঐ দিনে খ এসে ক, কে সাহায্য করবে।

তাই ক ও খ এর ১ দিনের মোট কাজ। $\frac{১}{৩০}+\frac{১}{১৫}$ অংশ = $\frac{১+২}{৩০}=\frac{৩}{৩০}=\frac{১}{১০}$ অংশ ।

এখন ১০ দিনে মোট কাজ হলো = $\frac{১৩}{১৫}+\frac{১}{১০}=\frac{২৬+৩}{৩০}=\frac{২৯}{৩০}$ তাহলে অবশিষ্টাংশ $=১-\frac{২৯}{৩০}=\frac{১}{৩০}$ অংশ ।

এখন আবার ক ১১ তম দিনে একাকী কাজ করলে কাজ হবে $\frac{১}{৩০}$ অংশ অর্থাৎ ১১ তম দিনে কাজটি শেষ হবে। **উত্তর: ১১দিন।**

নিজে করুন:

১০. **একটি কাজ ক ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। প্রথম দিন হতে প্রতি তৃতীয় দিনে খ এবং প্রতি চতুর্থ দিনে গ, ক -কে সাহায্য করলে ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?** *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]+ [পরিদর্শন ও নিরিক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]* **উত্তর:** ১৫$\frac{১}{২}$

১১. **ক একটি কাজ ৩৬ দিনে, খ ১৮ দিনে এবং গ ১২ দিনে করতে পারে। প্রতি দ্বিতীয় দিনে খ এবং প্রতি তৃতীয় দিনে গ , ক কে সাহায্য করে। ঐ কাজটি কতদিনে সম্পন্ন হবে?** *(২১তম বিসিএস লিখিত)* **উত্তর: ১২দিনে।**